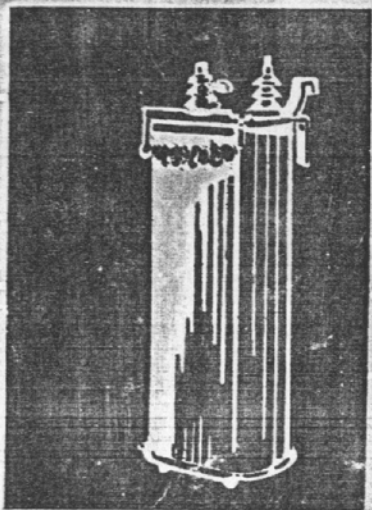


Ing. FRANCISCO L. SINGER

# TRANSFORMADORES



Industriales

de baja  
potencia

de audio  
frecuencia

Auto-  
transformadores

Estabilizadores

Inductores

FO  
CA

MARCINIO AFONSO STABILE

ENG. ELÉTRICA - UFU

LNWIS - 1X32

12/06/96

Procedência	<i>Trinidade</i>
Valor	<i>CR\$ 3.237,00</i>
Data	<i>20.05.81</i>

001078/81  
*ex 2*

Universidade Federal Uberlândia  
Biblioteca Central - C. Sta. Mônica

*atura: 52538*

DOAÇÃO
Convenio:
UFU - ELTROBRIS - 108/76

FU-00002525-2

Queda hecho el depósito que marca la Ley 11.723  
Copyright © by Francisco L. Singer

## PRÓLOGO

El tema de Transformadores o de los dispositivos similares o con idéntica teoría básica no escapa ya a ninguna aplicación de la Electrotecnia y, lamentablemente no se puede tratar con la debida extensión en los textos de Electricidad ni en los de Máquinags Eléctricas, entre las cuales suele incluirse a aquellos. Esta obra debe ser considerada como una continuación de mi Tratado de Electricidad, Tomo I, pues está desarrollada dentro del mismo estilo, y se ha tomado aquélla como punto de partida. De no proceder así, se debería haber extendido el primer capítulo desmesuradamente, a fin de exponer todas las leyes del electromagnetismo, y de la corriente alternada. No extrañe al lector, entonces, la aparición brusca de algunas ecuaciones que intervienen en el estudio analítico del transformador; en el libro citado están deducidas todas ellas, con la correspondiente discusión de los casos particulares. Esto no implica dificultad alguna para el estudiante, pues al presentársele la oportunidad de estudiar el tema de esta publicación, ya conoce ampliamente la teoría previa.

Se ha tratado de evitar la profundización matemática, substituyéndola muchas veces por gráficos y otras por artificios de cálculo, para no restringir las posibilidades prácticas, y para adaptarla a los programas de muchas escuelas donde los cursos básicos son breves a fin de acortar los ciclos de estudios. En cambio, se ha dado mayor extensión a la parte de diseño, pérdidas y ensayo de transformadores, temäs de aplicación inmediata en la técnica industrial.

No obstante lo dicho, en el mencionado Tratado de Electricidad, tomo II, se incluye el tema de transformadores en forma general, extraído de la presente obra, pues se cubre un programa de estudios que enumera los puntos a considerar. Pero el estudio más completo, así como el de los transformadores de audiofrecuencia, inductores y estabilizadores sólo corresponde al libro especializado, en este caso al presente.

En suma, el fin perseguido por esta obra es el mismo que el de otras que he firmado: contribuir a la divulgación de temas técnicos en nuestro idioma, planteándolos de acuerdo a la modalidad del lector de nuestro medio.

# CONTENIDO

## PRIMERA PARTE

### TEORÍA GENERAL

#### CAPÍTULO I FUNCIONAMIENTO DEL TRANSFORMADOR

	Párr.
<i>Bobinado con núcleo de hierro</i> .....	11
F.e.m. de autoinducción .....	13
Valor de la f.e.m. de autoinducción .....	13
Diagrama vectorial .....	14
Caidas de tensión en el bobinado .....	16
Efecto de la histéresis .....	17
<i>El transformador en vacío</i> .....	19
Diagrama vectorial .....	20
Corriente magnetizante del transformador .....	21
<i>El transformador con carga</i> .....	24
Diagrama vectorial — Carga inductiva .....	26
Secundario con carga óhmica .....	27
Secundario con carga capacitiva .....	28
<i>Diagramas reducidos del transformador</i> .....	29
Diagrama reducido al primario .....	29
Diagrama reducido al secundario .....	33
Diagrama de Kapp .....	35

#### CAPÍTULO II ENSAYO DE TRANSFORMADORES

<i>Pérdidas en el hierro</i> .....	39
Pérdidas por histéresis .....	40
Pérdidas por corrientes parásitas .....	41
Pérdidas totales en el núcleo .....	43
Separación de pérdidas en el hierro .....	45
Obtención de las pérdidas por ensayo en vacío .....	47
<i>Pérdidas en el cobre</i> .....	49
Reterminación de las pérdidas en el cobre por ensayo en cortocircuito .....	51
<i>Relación de transformación</i> .....	52
<i>Verificación de aislamiento</i> .....	54
<i>Temperatura de trabajo</i> .....	56
<i>Regulación y característica de carga</i> .....	59
<i>Rendimiento del transformador</i> .....	60

CAPÍTULO III TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS		Pág.
Características generales .....		62
Comparación de núcleos monofásicos y trifásicos .....		64
Estudio del núcleo trifásico en anillo .....		65
Diagrama vectorial del transformador asimétrico en vacío .....		69
Transformador trifásico con carga .....		71
<i>Ensayo de transformadores trifásicos</i> .....		73
CAPÍTULO IV AUTOTRANSFORMADORES		
Principio de funcionamiento .....		75
Diagrama vectorial del autotransformador en vacío .....		77
Autotransformador con carga .....		78
Diagrama vectorial bajo carga .....		81
Estudio comparativo con el transformador .....		82
CAPÍTULO V PARALELO DE TRANSFORMADORES		
Principio general de la conexión en paralelo .....		87
Diagrama vectorial del paralelo .....		90
Casos particulares del paralelo .....		92
Paralelo de transformadores trifásicos .....		95
CAPÍTULO VI TRANSFORMACIONES POLIFÁSICAS		
Triángulo abierto o conexión en V .....		100
Trifásico a bifásico. Conexión Scott .....		103
Monofásico a trifásico. Sistema Dery .....		104
Trifásico a exafásico .....		105

## SEGUNDA PARTE

## DISEÑO DE TRANSFORMADORES

CAPÍTULO VII CÁLCULO DE TRANSFORMADORES		Pág.
Sección del núcleo .....		112
Dimensionado del núcleo .....		114
Coefficiente de plenitud del cobre .....		115
Coefficiente $n$ .....		117
Coefficiente $m$ .....		118
Coefficientes $p$ y $t$ .....		120
Cálculo definitivo del núcleo .....		121
Peso del cobre de los bobinados .....		122
Peso del núcleo de hierro .....		123
<i>Ejemplo de cálculo de un transformador</i> .....		124

CAPÍTULO VIII CÁLCULO SIMPLIFICADO DE TRANSFORMADORES		Pág.
Tensión específica .....		130
Dimensionado del núcleo .....		131
Bobinados del transformador .....		134
Ejemplo de cálculo .....		134
Método simplificado para trifásicos .....		136
Caso de transformadores muy pequeños .....		137
Cálculo gráfico de transformadores pequeños .....		138
Dimensionado de transformadores pequeños .....		141
Ejemplo de cálculo gráfico de un transformador .....		143
Transformadores para vibradores .....		144
Cálculo de autotransformadores elevadores de tensión .....		146
Ejemplo de cálculo de un autotransformador .....		147

## CAPÍTULO IX ESTUDIO TÉRMICO DEL TRANSFORMADOR

<i>Generalidades</i> .....	149
Superficie de enfriamiento del bobinado .....	151
Superficie de enfriamiento del núcleo .....	153
<i>Trasmisión del calor producido</i> .....	155
Trasmisión por conducción .....	156
Trasmisión por convección .....	158
Trasmisión por radiación .....	160
Trasmisión por convección y radiación simultáneas .....	162
Ejemplo numérico .....	163
<i>Refrigeración forzada en transformadores</i> .....	164
<i>Causas que afectan al enfriamiento</i> .....	167

## CAPÍTULO X DETALLES CONSTRUCTIVOS

Núcleos .....	170
Bobinados .....	172
Bornes, aisladores y conexiones .....	175
Aceite para transformadores .....	176
Detalles prácticos .....	177
Dimensiones típicas de transformadores .....	180
Aspectos modernos del problema de diseño .....	181

## TERCERA PARTE

## CAPÍTULO XI TRANSFORMADORES PARA AUDIOFRECUENCIA

Consideraciones generales .....	187
Inducción en el núcleo .....	190
Dimensiones del núcleo .....	192
Longitud magnética del núcleo .....	194
Entrehierro .....	194
Inductancia de los bobinados .....	196
Estudio del transformador real .....	199

	<u>Pág.</u>
Comportamiento en frecuencias bajas .....	200
Comportamiento en frecuencias altas .....	202
Comportamiento en frecuencias medias .....	203
Verificación de las condiciones para los extremos de la gama .....	204
Tipos de transformadores de audiodfrecuencia .....	204
<b>CAPÍTULO XII CÁLULO DE TRANSFORMADORES DE AUDIO</b>	
a) <i>Transformadores de potencia</i> .....	207
Sección transversal del núcleo .....	207
Dimensiones restantes del núcleo .....	210
Número de espiras del bobinado .....	210
Ejemplo de cálculo de un transformador de salida .....	212
Ejemplo de cálculo de un transformador de modulación .....	214
b) <i>Transformadores de tensión</i> .....	216
Volumen del núcleo .....	217
Dimensiones restantes del núcleo .....	219
Número de espiras del primario .....	219
Número de espiras del secundario .....	220
Transformadores simétricos de tensión .....	221
Ejemplo de cálculo de un transformador para clase A .....	221
Transformadores de tensión con corriente secundaria .....	222
Ejemplo de cálculo de un transformador para clase B .....	224
<b>CAPÍTULO XIII ESTABILIZADORES DE TENSIÓN</b>	
El estabilizador a saturación magnética .....	226
Normas para el diseño .....	228
El estabilizador resonante saturado .....	229
Ejemplo de cálculo de un estabilizador .....	234
<b>CAPÍTULO XIV DISEÑO DE INDUCTORES</b>	
Diseño de inductores para filtros .....	237
Diseño de inductores para audiodfrecuencia .....	241
Inductores de audio para corriente continua .....	244
<b>CAPÍTULO XV CONVERTIDORES ESTÁTICOS</b>	
Análisis del convertidor .....	248
Ejemplo de cálculo de un convertidor .....	253

## PRIMERA PARTE

## TEORÍA GENERAL

## CAPÍTULO I

## FUNCIONAMIENTO DEL TRANSFORMADOR

## BOBINADO CON NÚCLEO DE HIERRO

Previamente al estudio del transformador en sí, pasaremos una breve revista a las leyes del Electromagnetismo, en lo que se refiere a la actuación de un bobinado que tiene núcleo de hierro, cuando se hace variar la corriente en él. Convendría dar un vistazo al estudio completo de los circuitos magnéticos y electromagnéticos en cualquier Tratado de Electricidad, porque desarrollarlo aquí nos apartaría del tema.

Recordemos, pues, que si en un conductor recorrido por corriente eléctrica se hacía variar la intensidad de ésta, el campo magnético que circunda al conductor variará también, y sus líneas de fuerza cortarían al conductor, causa suficiente para que se induzca una f.e.m. de autoinducción. Es evidente que si el conductor citado, en lugar de estar estirado se ha arrollado formando un solenoide, el campo magnético en el interior de tal bobina será mucho más intenso, y si todavía, se coloca en el interior un núcleo de hierro, se llega a obtener un flujo magnético considerable. Basta recordar al efecto, que la densidad magnética o cantidad de líneas de fuerza por cm<sup>2</sup> de sección transversal de núcleo, era igual a la intensidad del campo producido por la bobina multiplicada por la permeabilidad magnética del núcleo:

$$B = H \mu$$

Donde B es la inducción magnética, medida por la cantidad de líneas por cm<sup>2</sup> en el núcleo (Gauss), H es la intensidad del campo magnético producido por la corriente eléctrica al circular por la bobina, medida también por la cantidad de líneas por cm<sup>2</sup> (Gauss) y  $\mu$  es la permeabilidad magnética del núcleo.

La figura 1 muestra en forma esquemática un bobinado con núcleo de hierro, tal como se cita más arriba. Por la bobina se hace pasar una corriente  $i_0$ , que es la que producirá un campo magnético de intensidad proporcional a dicha corriente. Para estudiar los efectos de la intensidad  $i_0$  en la bobina, supondremos que esa corriente es alternada sinusoidal, con lo

que será continuamente variable, y sus variaciones tienen una forma o ley conocida.

Si se representan en un gráfico los valores que toma la corriente  $i_0$  con el transcurrir del tiempo, se obtiene una senoide, según se ve en la figura 2. Veamos ahora cómo varía el campo magnético. Sabemos que el flujo magnético en el interior del bobinado es proporcional en todo instante a la intensidad de la corriente que lo produce, si se desprecian por ahora los efectos de la saturación magnética. En efecto, la ley de Hopkinson, que se aplica a todos los circuitos electromagnéticos, dice:

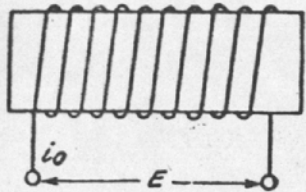


Fig. 1. — Representación esquemática de un bobinado con núcleo de hierro.

$$\Phi = \frac{0,4 \pi N i}{R_m}$$

Es decir: el flujo magnético en el interior de un solenoide es igual a la fuerza magneto-motriz dividida por la reluctancia magnética del núcleo. La f.m.m. está dada, a su vez, por el producto de una constante numérica ( $0,4 \pi$ ) por el número

de espiras del bobinado, por la intensidad de la corriente que lo recorre (Amper). Si se supone, en primera aproximación, que la reluctancia magnética es constante, como ella está dada por la relación:

$$R_m = \frac{l}{\mu S}$$

donde  $l$  es la longitud del núcleo (cm),  $S$  la sección transversal del mismo ( $\text{cm}^2$ ) y  $\mu$  la permeabilidad magnética del material de que está hecho, se ve que si se supone constante a  $R_m$ , estamos suponiendo invariable la permeabilidad, ya que las otras dos cantidades son fijas. Esto no es cierto, pero se puede estudiar el comportamiento del bobinado sin que se llegue a resultados erróneos.

De lo que antecede se deduce que la intensidad de corriente eléctrica y el flujo magnético se pueden considerar proporcionales entre sí en cada instante, de modo que si la corriente es alternada, el flujo también lo será, y estará en fase con ella, ya que cuando la corriente vale cero, el flujo tiene también ese valor, y cuando la corriente es máxima, el flujo será máximo.

Volviendo a la figura 2, vemos que si la senoide que representa  $i_0$  está dada, la que representa el flujo magnético en el núcleo será otra senoide, en fase con la de la corriente. En la figura la indicamos con  $\Phi$  (flujo). El mayor tamaño de la curva del flujo con respecto a la de la intensidad no debe interpretarse más que como una diferencia en las escalas del dibujo, pues si se desea, se pueden elegir escalas tales que las dos curvas coincidan, pero se complicaría la figura.

### F.E.M. DE AUTOINDUCCIÓN

Hasta aquí hemos considerado que la corriente alternada que circula por la bobina producía un campo magnético también alternado. Pero, sabemos que si la intensidad de la corriente es variable, y el campo, lógicamente, también, las líneas de fuerza de éste barrerán a los conductores o espiras que forman la bobina, y se inducirá en ella una f.e.m. de autoinducción, cuyo valor está dado por:

$$e = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} 10^{-8}$$

que debe interpretarse como que el valor que adquiere la f.e.m. en cada instante es igual al cociente entre la variación del flujo magnético y la variación de tiempo o intervalo en que se produce. El factor numérico  $10^{-8}$  se coloca para que la f.e.m. resulte expresada en Volt. El signo negativo que afecta a la fórmula está aplicado por la ley de Lenz, que dice que la f.e.m. inducida tiende siempre a oponerse a la causa que le da origen; si en nuestro caso la corriente aumenta, con lo que la variación será positiva, la f.e.m. debe tener en tal instante un valor negativo y viceversa.

Se puede calcular el valor de la f.e.m. en cada instante con ayuda de las Matemáticas, pero también se ve en la figura 2 que es fácil medir las variaciones  $\Delta \Phi$  para pequeños intervalos de tiempo  $\Delta t$ , y que esas variaciones son máximas en los instantes en que la corriente es nula, y que es nula en los instantes en que la corriente pasa por su valor máximo o amplitud. Haciendo subdivisiones muy pequeñas de tiempo, y calculando para cada una el cociente expresado más arriba, se encuentra que los distintos valores de la f.e.m. dan otra senoide, como la que se ve en la parte inferior de la figura 2. Se trata de una f.e.m. alternada que está atrasada con respecto a la intensidad de corriente o al flujo en un cuarto de período, es decir,  $90^\circ$  eléctricos, ya que un período corresponde a  $360^\circ$ .

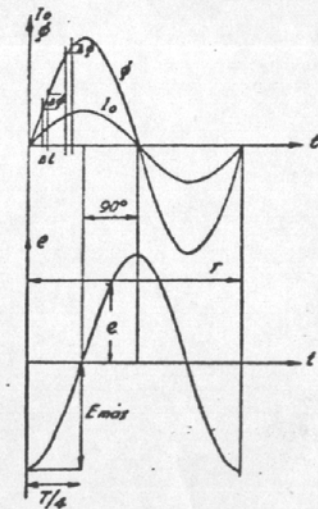


Fig. 2. — Obtención gráfica de los valores de la f.e.m. inducida en el bobinado.

### VALOR DE LA F.E.M. DE AUTOINDUCCIÓN

En la figura 2 se ha indicado con  $T$  al período o ciclo completo, que es el mismo para la corriente, el flujo o la f.e.m.; también hemos marcado un cuarto de período con  $T/4$ . La amplitud, es decir, el valor máximo de

la f.e.m. lo indicamos con  $E_{\max}$  de manera que podemos calcular el valor eficaz de la f.e.m. partiendo de la ley que sirve para calcular sus valores instantáneos. En efecto, hay que dividir en cada instante la variación de flujo por la variación de tiempo; pero si consideramos un cuarto de período, podemos calcular el valor medio de la f.e.m. inducida durante ese tiempo, es decir, el promedio de los distintos valores que tendrá esa f.e.m. durante un cuarto de ciclo.

El flujo, en un cuarto de ciclo, pasa de cero a su valor máximo. por ejemplo, de manera que:

$$\Delta \Phi = \Phi$$

si llamamos  $\Phi$  al valor máximo del flujo. El tiempo transcurrido es  $T/4$ , de modo que el cociente da:

$$E_m = \frac{4\Phi}{T}$$

donde hemos indicado con  $E_m$  al valor medio de la f.e.m. El período es inverso de la frecuencia, porque la duración de un período está dada por el cociente entre un segundo y el número de ciclos por segundo. de manera que podemos escribir  $f$  (frecuencia) en el numerador. Además, la expresión utilizada contempla el caso de un solo conductor o, espira. Si se tienen  $N$  espiras, la f.e.m. será  $N$  veces mayor, ya que están todas en serie. así que se tendrá, colocando el factor  $10^{-8}$  para obtener Volt:

$$E_m = 4\Phi f N 10^{-8}$$

En la práctica, no interesa trabajar con los valores medios de la f.e.m. sino con los eficaces, así que se debe aplicar el factor de corrección o de forma. Este factor se deduce teniendo en cuenta que el valor medio es 0,637 del máximo, y que el valor eficaz es 0,707 del máximo. Dividiendo ambos factores entre sí, se encuentra que el valor eficaz es igual a 1,11 por el valor medio. de modo que, finalmente, se tiene:

$$E = 4,44 \Phi f N 10^{-8}$$

siendo  $E$  el valor eficaz de la f.e.m. de autoinducción, que resulta dada por el producto de una constante, por el valor máximo del flujo, por la frecuencia, por el número de espiras y afectada de un factor numérico de exponente negativo, que equivale a un divisor  $10^8$ .

#### DIAGRAMA VECTORIAL

Si se representa cada magnitud alternada por un vector, de acuerdo con la teoría que puede consultarse en cualquier Tratado de Electricidad, tendremos que el fenómeno que estudiamos puede representarse como se ve en la figura 3. La intensidad  $i_m$  la representamos por medio de su valor eficaz  $I_m$  en fase con el flujo, y atrasando  $90^\circ$  estará la f.e.m. inducida, representada por su valor eficaz  $E$ .

Claro está que hasta ahora no hemos considerado la fuente de donde proviene la corriente  $I_0$ , y tiene que ser tomada en cuenta, pues interviene en el fenómeno. Supongamos que el bobinado que estudiamos está conectado a una toma de corriente alternada, de tensión entre bornes  $V$ , según se ilustra esquemáticamente en la figura 4. Al aplicar la tensión  $V$  (valor eficaz), circulará por el bobinado la corriente  $I_0$ . Pero, no debe confundirse este hecho con el que ocurre en un circuito de corriente continua, en el cual al aplicar una tensión cualquiera, circula una corriente dada por el cociente entre esa tensión y la resistencia eléctrica del circuito. En nuestro caso, la corriente  $I_0$  es mucho menor que la que correspondería si se aplicara la ley de Ohm. Veamos por qué sucede esto.

Si suponemos que el bobinado no tiene resistencia eléctrica, lo que no se aleja mucho de la verdad, ya que la tiene muy pequeña, para que circule corriente por él se debe tener una tensión aplicada a sus extremos. Como entre ellos ha aparecido una f.e.m. de autoinducción, la tensión aplicada, que es de sentido contrario, de acuerdo con la ley de Lenz y con las consideraciones hechas más arriba, debe ser algo mayor que esa f.e.m., para que exista una diferencia a su favor y quede aplicada a la bobina una tensión, que será la que provocará la circulación de la corriente  $I_0$ . Puede decirse que la tensión aplicada  $V$ , debe vencer a la f.e.m.  $E$  y que la corriente  $I_0$  se debe al exceso de  $V$  sobre  $E$ . Si llevamos estas consideraciones al diagrama vectorial de la figura 3, resulta el nuevo diagrama de la figura 5. La tensión  $V$  se toma hacia arriba, adelantada en un cuarto de ciclo con respecto a la corriente y al flujo, y por ahora se puede suponer que  $V$  es idéntica a  $-E$ , es decir, al vector opuesto a la f.e.m. inducida. La corriente  $I_0$  la llamaremos "magnetizante", pues su única función es producir el flujo magnético en el núcleo.

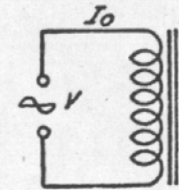


FIG. 4. — Conexión del bobinado con núcleo de hierro a la red de tensión  $V$ .

A poco que se analice la cuestión, se ve que el problema real diferirá del propuesto. En primer lugar, el bobinado tiene resistencia, y no se puede dejarla completamente de lado. En segundo lugar, el núcleo de hierro tiene pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas o de Foucault. Las primeras se deben a que el flujo crece, decrece, se anula y cambia de sentido de imanación. Suponemos que es conocido el fenómeno de histéresis, de manera que omitimos su descripción. Las segundas se producen siempre que hay una variación de corriente en un bobinado. En efecto, las líneas de fuerza al variar, cortan la masa metálica del núcleo, y se induce en ella una corriente eléctrica que circula sin dificultad por el núcleo, transformándose en calor. Para reducir este efecto, se aumenta la resistencia a la circulación de las corrientes parásitas, haciendo el núcleo laminado, y aislando las chapas entre sí.

Las pérdidas en el hierro absorben cierta potencia eléctrica de la toma

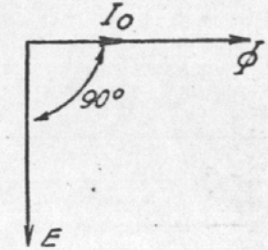


FIG. 3. — Diagrama vectorial del bobinado con núcleo de hierro, mostrando la posición de los vectores: corriente magnetizante, flujo y f.e.m. inducida.

a la que está conectada la bobina. Luego, habrá una corriente circulante que cubre esas pérdidas, corriente que llamaremos  $I_p$ . En ella se incluye la pequeña corriente que cubre las pérdidas en el cobre del bobinado, por circulación de corriente. Como la corriente  $I_p$  cubre las pérdidas, la potencia resultante del producto de ella por la tensión aplicada será toda wattada o efectiva, de manera que tal corriente estará rigurosamente en fase con la tensión  $V$ .

Dicho de otra manera, si hay una potencia perdida en el núcleo y en el bobinado, que se transforma en calor, esa potencia debe estar dada por el producto de la tensión  $V$ , por una corriente  $I_p$  en fase con ella. En la figura 6 representamos tal corriente en fase con la tensión. Ahora, la corriente circulante no es más  $I_o$ , pues se tiene que sumar la corriente de pérdidas con la magnetizante, dando esa suma la corriente total que circulará por el bobinado. En la figura, hemos indicado con  $I_m$  a la magnetizante, que sumada a la de pérdidas, da la corriente total  $I_o$ , que veremos más adelante se llama "corriente de vacío".

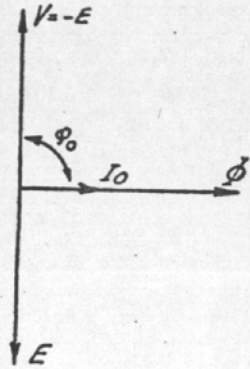


FIG. 5. — Diagrama vectorial suponiendo nulas las caídas de tensión.

#### CAÍDAS DE TENSIÓN EN EL BOBINADO

En virtud de las consideraciones precedentes, ya no podemos suponer a la tensión aplicada igual a la f.e.m. inducida. En efecto, la tensión  $V$  debe cubrir la f.e.m. y las caídas de tensión que provocará la corriente circulante  $I_o$ . En primer lugar, la corriente citada provocará una caída de tensión al circular por la resistencia óhmica del bobinado, caída que estará en fase con la corriente y que en la figura 6 representamos por un vector  $I_o R$ , producto de la corriente total por la resistencia óhmica del bobinado.

En segundo lugar, todo el flujo no se aprovecha para la producción de la f.e.m. inducida, ya que algunas líneas de fuerza se cierran sin cortar las espiras. Para contemplar ese efecto se suele considerar una reactancia inductiva ficticia, que produzca una caída de tensión equivalente a la merma en la f.e.m. que ocasiona la dispersión magnética. Llamemos  $X$  a esa reactancia, y tendremos que la caída de tensión que ella ocasiona será  $I_o X$  y está adelantada  $90^\circ$  con respecto a la corriente. El vector correspondiente aparece en la figura 6, sumado vectorialmente a la f.e.m.  $-E$  y a la caída óhmica. La tensión  $V$  cubre la f.e.m. opuesta y las dos caídas, resultando un valor de  $V$  superior al de la figura 5.

Esto no debe interpretarse como que la tensión de la toma va a aumentar por efecto de la bobina, sino que, por el contrario, sucederá que debido a los efectos descritos, la f.e.m.  $E$  no tendrá el valor de la figura 5 sino uno menor, como se ve en la figura 6, ya que el vector  $V$  en ambas figuras es el mismo.

Resumiendo, de acuerdo con el diagrama vectorial de la figura 6, vemos que se tiene la siguiente situación: la corriente magnetizante, que está en fase con el flujo, es sólo una parte de la corriente que circula por la bobina, pues hay una corriente de pérdidas que debe sumarse vectorialmente con la magnetizante para obtener la corriente total. Esta corriente  $I_o$  está atrasada con respecto de la tensión aplicada  $V$ , de un ángulo cercano a los  $90^\circ$  ( $\varphi_0$ ), que en la figura aparece exagerado para facilitar la comprensión. De la tensión aplicada  $V$ , se descuentan las caídas de tensión en la resistencia del bobinado y en la reactancia de dispersión, y lo que resta es suficiente para equilibrar o cubrir la f.e.m. que se va a producir. Tomando un vector igual y opuesto a ese resto ( $-E$ ), resulta el  $E$ , que da la f.e.m. de autoinducción.

#### EFFECTO DE LA HISTÉRESIS

Hasta aquí hemos supuesto que la corriente magnetizante estaba en fase con el flujo magnético, pero demostraremos que no es así. El fenómeno de histéresis provoca un pequeño defasaje, además de deformar la curva del flujo.

Para exponer con más comodidad lo que sigue, nos referiremos a la inducción en lugar del flujo, no habiendo en ello ningún inconveniente ya que entre ambas magnitudes hay una relación constante. En efecto, si el núcleo tiene una sección transversal  $S$  ( $\text{cm}^2$ ), el flujo está dado por el producto de esa sección por la inducción:

$$\Phi = BS$$

con lo que la misma curva que representa al flujo nos sirve para representar la inducción con sólo cambiar la escala, pues  $S$  es constante.

Lo mismo podemos decir para la corriente magnetizante y la intensidad de campo magnético. Ambas magnitudes son directamente proporcionales, entre sí, ya que la intensidad del campo magnético producido por una corriente está dada por:

$$H = \frac{0,4 \pi N i}{l}$$

y en esta expresión el número de espiras y la longitud de la bobina son constantes. Podemos representar el ciclo de histéresis tomando la corriente magnetizante como abscisas y la inducción, en el núcleo como ordenadas. La figura 7 da el gráfico correspondiente.

En la parte inferior se da la sinusoides que representa un ciclo de la corriente magnetizante. Sabemos que durante un ciclo de la corriente, la inducción cumple un ciclo de histéresis. Si tal fenómeno no se produjera,

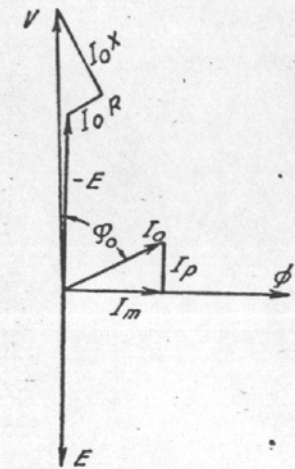


FIG. 6. — Diagrama vectorial teniendo en cuenta las caídas de tensión en el bobinado.



si la permeabilidad del núcleo fuera constante, la inducción debería crecer y disminuir proporcionalmente con la intensidad de corriente, de modo que se debería tener la recta A'OA como representación de las variaciones de la inducción durante el ciclo completo. Pero el núcleo se satura, de modo que en lugar de pasar por O hasta A durante el primer cuarto de ciclo, pasa de O a S. En el segundo cuarto de ciclo, pasa de S a h; luego de h a S' y finalmente de S' a k. Si la variación de la inducción siguiera una ley

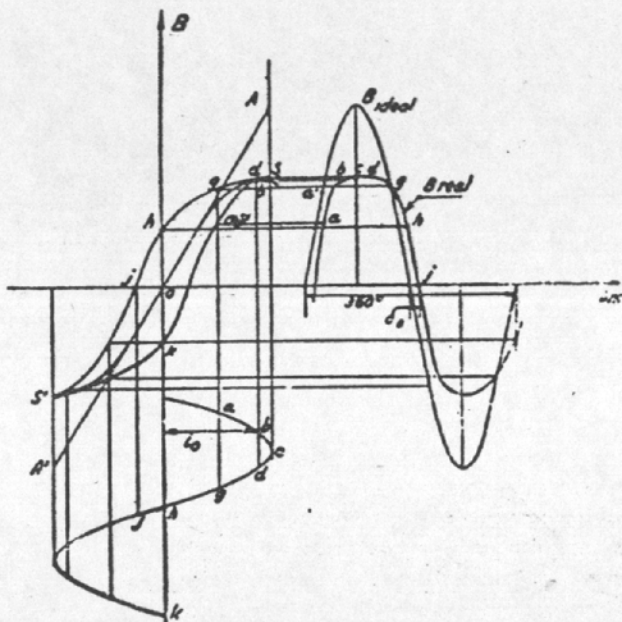


FIG. 7. — Deformación del campo magnético por efecto de la histéresis en el núcleo.

proporcional como la recta A'OA, la inducción sería sinusoidal pura y estaría dada por la curva sinusoidal de la derecha, llamada B ideal.

En realidad no sucede eso, de manera que cada punto de la curva de la inducción debe obtenerse afectando a la curva ideal por el efecto de la histéresis. Tomemos por ejemplo el punto a, que en lugar de estar sobre la recta O A está sobre la curva de histéresis; llevando desde a en la curva  $i_1$  una vertical hasta la curva de histéresis, y donde la encuentra una horizontal, sobre esta última debe estar el punto real. Bajando una vertical desde a' que está sobre la curva B ideal, se encuentra el punto a real. El punto a' se encuentra trazando la vertical desde el a en la curva de  $i_1$ , hasta encontrar la recta O A y desde allí una horizontal hasta la curva B ideal.

Si hacemos la misma construcción para otros puntos tales como el b, c, d, g, h, etcétera, se encuentran los respectivos puntos de igual denominación en la curva real de B. Hay que hacer notar que para el primer cuarto de ciclo se tomará la curva inferior de la histéresis, y para valores decrecientes de  $i_1$ , hay que tomar la curva superior, como se notará en la figura. Se notará

que la inducción real no es una senoide pura, sino que resulta achatada y defasada con respecto a la ideal.

Veamos ahora el significado de esas dos deformaciones. El defasaje entre la curva de B ideal y la de B real, significa que la inducción atrasará un poco con respecto a la corriente magnetizante, formando un ángulo  $\delta$ , que se llama: "de avance histérico". Esto significa que la corriente magnetizante y el flujo no coincidirán exactamente en los diagramas vectoriales, como hemos supuesto hasta aquí, sino que la corriente adelanta un poco en su fase.

El segundo defecto tiene la siguiente explicación: tomemos una senoide cualquiera, que llamaremos fundamental y que tendrá por ejemplo la frecuencia de 50 ciclos por segundo. En la figura 8 está representada. Tomemos ahora una senoide más pequeña, de amplitud aproximada igual a la sexta parte de la anterior, pero de frecuencia triple, es decir, de 150 ciclos por segundo. Sumemos las ordenadas de las dos sinusoides y se obtendrá la curva que indicamos en la figura como resultante. La senoide de frecuencia triple la llamamos tercera armónica. La conclusión que sacamos es que si en un

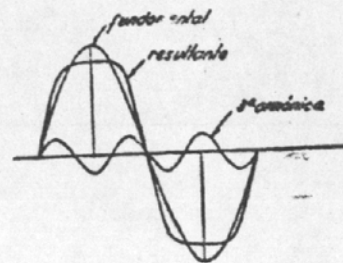


FIG. 8. — Demostración del efecto de adición de la tercera armónica de la onda.

circuito hay dos corrientes, una de frecuencia  $f$  y otra de frecuencia  $3f$ , la corriente resultante no será sinusoidal pura, sino que tendrá la deformación que se ve en la figura 8. Según la amplitud de la tercera armónica la deformación toma distintos aspectos.

Ahora volvamos a la figura 7, y notaremos que la deformación de la curva de B es del mismo tipo que la de la figura 8. De ello deducimos que la inducción real en el núcleo está compuesta de una inducción fundamental, de igual frecuencia que la corriente magnetizante y la tensión aplicada, y de una cierta proporción de tercera armónica, es decir, de inducción alternada de triple frecuencia.

Como las pérdidas por histéresis dependen de la frecuencia y las pérdidas por corriente parásitas dependen del cuadrado de la frecuencia, según veremos más adelante, resulta evidente que la deformación de la inducción implica un aumento de tales pérdidas, ya que aparece una parte de inducción con frecuencia tres veces más grande. Este detalle se puede reducir y no evitar; para reducirlo hay que elegir para el núcleo materiales que tengan un ciclo de histéresis bien estrecho, de modo que la deformación sea muy pequeña.

## EL TRANSFORMADOR EN VACÍO

Hasta aquí se ha supuesto un núcleo de hierro con un bobinado arrollado sobre el mismo. Tenían lugar fenómenos de autoinducción, circulación de corriente magnetizante, caídas de tensión, etcétera. Veamos ahora lo que sucede si se arrolla sobre el bobinado que teníamos, que llamaremos en

delante: *primario*, otro bobinado que llamaremos *secundario*. Esquemáticamente representaremos al conjunto en la forma que vemos en la figura 9, aunque sabemos que los bobinados están superpuestos y arrollados sobre el núcleo.

El flujo magnético producido en el bobinado primario abarcará también al secundario, de modo que si en el primario se induce una f.e.m. debida a que el flujo es alternado, ocurrirá lo mismo en el secundario. La f.e.m. inducida en el primario la llamaremos  $E_1$  en lugar de  $E$  como antes, para diferenciarla de  $E_2$ , que es la f.e.m. inducida en el secundario. El valor de  $E_1$  era, según deducción ya hecha:

$$-E_1 = 4,44 \Phi f N_1 10^{-8}$$

donde hemos puesto  $N_1$  al número de espiras del bobinado primario. La misma deducción se puede aplicar al secundario, de manera que la f.e.m. inducida en él tendrá una expresión análoga, con la diferencia que intervendrá el número de espiras del bobinado secundario,  $N_2$ , en lugar de  $N_1$ :

$$E_2 = 4,44 \Phi f N_2 10^{-8}$$

Si analizamos las expresiones de las f.e.e.mm. inducidas en ambos bobinados vemos que tienen muchos términos en común, al extremo que si dividimos ambas ecuaciones entre sí nos quedará una relación muy simple:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2} = k$$

Es decir, que las fuerzas electromotrices inducidas en ambos bobinados están en la misma relación que los respectivos números de espiras. La relación entre ambas se llama  $k$ : *relación de transformación*. Y se ve que eligiendo convenientemente los respectivos números de espiras se puede conseguir que entre las dos f.e.e.mm. haya una relación prefijada cualquiera.

#### DIAGRAMA VECTORIAL

Haciendo las mismas consideraciones que hicimos para el bobinado único, podemos trazar el diagrama vectorial del transformador. Por comodidad, supondremos que los dos bobinados tienen igual cantidad de espiras, ya que para ello no hay más que suponer que  $k$  vale la unidad.

Como las dos f.e.e.mm. deben estar atrasadas de  $90^\circ$  con respecto al flujo sus vectores coincidirán, según se ve en la figura 10. La corriente magnetizante no está exactamente en fase con el flujo debido a la histéresis, pero la dibujamos coincidiendo con él a fin de que se note la corriente de pérdidas totales  $I_p$ , debidas no sólo a la histéresis, sino que se incluyen las producidas por las corrientes parásitas y las pérdidas en el cobre del bobinado primario. El bobinado secundario no produce pérdidas en el cobre porque

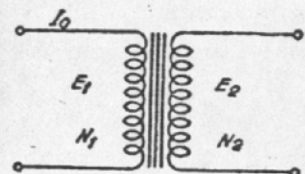


Fig. 9. — Diagrama esquemático de un transformador con núcleo y dos bobinados.

al estar a circuito abierto no circula corriente. Los vectores  $E_1$  y  $E_2$  pueden ser iguales si suponemos relación de transformación unitaria.

Si se inserta un wattímetro en el primario, a efectos de medir las pérdidas, y el aparato indica una potencia que llamaremos: *potencia en vacío*  $W_0$ , es evidente que el cociente entre esa potencia y la tensión aplicada dará la corriente de pérdidas  $I_p$ , pues esta última está en fase con la tensión y por lo tanto el factor de potencia es unitario:

$$I_p = \frac{W_0}{V_1}$$

Volviendo al diagrama vectorial, encontramos igual que antes, para el bobinado único, que la tensión aplicada  $V_1$ , debe cubrir la f.e.m.  $-E_1$ , y las dos caídas de tensión que produce la corriente circulante de vacío,  $I_0$ . Esta corriente circulante es la suma vectorial de la corriente de pérdidas y la magnetizante, de manera que si conocemos los valores de las dos componentes, se emplea el teorema de Pitágoras y resulta:

$$I_0 = \sqrt{I_m^2 + I_p^2}$$

Con cuya expresión se determina el valor de la corriente total de vacío.

Haciendo finalmente la misma construcción gráfica de vectores que en la figura 6 se tiene el diagrama de la figura 10, completo. Hay que observar que, en la práctica, las dos caídas de tensión son muy pequeñas, debido a la pequeñez de la corriente  $I_0$ , por lo que se puede considerar, sin error sensible, que la tensión aplicada  $V_1$  y la f.e.m.  $E_1$  son sensiblemente iguales.

$$V_1 \approx E_1$$

igualdad ésta que nos permitirá hacer interesantes apreciaciones más adelante.

#### CORRIENTE MAGNETIZANTE DEL TRANSFORMADOR

Veamos cómo se determina el valor de la corriente magnetizante del transformador, pues la de pérdidas ya la conocemos, y ambas forman la corriente total de vacío.

Para determinar la corriente que produce el flujo magnético, debemos estudiar el núcleo donde se obtendrá tal flujo. Hay dos tipos de núcleos clásicos: el acorazado y el de anillo. El núcleo de anillo se representa en la figura 11, indicando el corte A-A la sección transversal que citamos anteriormente y que designamos con  $S$  ( $\text{cm}^2$ ). Ya se ha dicho que el núcleo no es macizo, sino que está formado por un paquete de chapas superpuestas y aisladas eléctricamente entre sí. Para colocarlas y poder ubicar el bobinado terminado alrededor

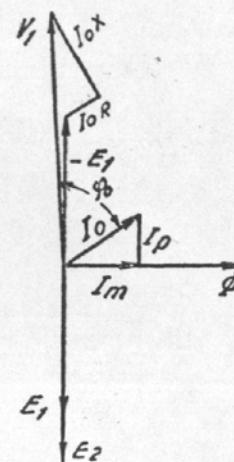


Fig. 10. — Diagrama vectorial del transformador en vacío, es decir, a secundario abierto.

del núcleo, se construyen cortadas como se indica en la figura 12, colocando alternadamente una sección U con una sección I. La capa siguiente superior cambia la posición de la I con respecto a la U.

La aislación entre chapas se consigue con barnices especiales, con papel de seda, o simplemente oxidando las chapas con un chorro de vapor de agua. El espesor de la aislación debe tenerse en cuenta al calcular la sección transversal del núcleo, pues si la altura del paquete de chapas es  $h$  según indica la figura 12, esta altura no es neta de hierro sino que se descontará la suma de espesores de aislación entre chapas.

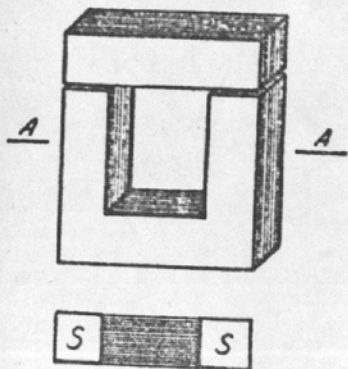


Fig. 11. — Vista y corte de un núcleo tipo anillo.

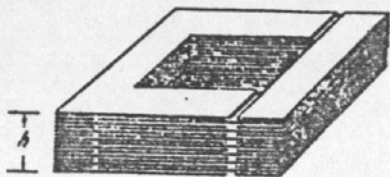


Fig. 12. — Colocación de las chapas alternadas, para evitar la superposición de juntas.

El otro tipo de núcleo es más perfecto, pues reduce la dispersión. Es el acorazado, y está representado en la figura 13, en vista, y en la figura 14 en corte. Obsérvese que las líneas de fuerza de la parte central, alrededor de la cual se colocan los bobinados, se bifurcan abajo y arriba hacia los dos costados, de manera que todo el contorno exterior del núcleo puede tener la mitad de la sección transversal de la parte central. En la figura 14 se ha indicado esto para las dos ramas laterales, pero también vale para las dos cabezas. Para armar el núcleo acorazado también se lo construye en trozos, unos en forma de E y otros en forma de I, y se colocan alternados, para evitar que las juntas coincidan.

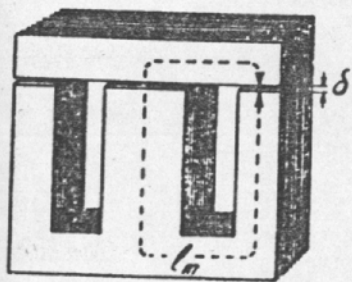


Fig. 13. — Vista de un núcleo tipo acorazado con indicación de la longitud magnética media y espesor del entrehierro.

El hecho que los núcleos sean hechos en dos trozos, hace que aparezcan juntas donde los dos filos del hierro no coinciden perfectamente, quedando una pequeña luz, que llamaremos *entrehierro*. Obsérvese que en el núcleo anillo hay dos entrehierros en el recorrido de las líneas de fuerza, y que en el acorazado también, porque los dos laterales son atravesados por la mitad de líneas cada uno. Luego, si designamos con la letra  $\delta$  al largo del entrehierro o distancia entre bordes próximos de las chapas (distancias muy pequeñas,

del orden de 0,005 cm), se tiene que la longitud total que las líneas de fuerza deben recorrer en el aire es:

$$l_e = 2\delta$$

El resto del recorrido de las líneas de fuerza del campo magnético se realiza en el hierro, y a la longitud total de la línea de fuerza media la indicamos con  $l_m$  en la figura 13.

Para calcular el valor de la corriente magnetizante, debemos considerar que el trabajo de imanación a lo largo de la línea de fuerza media vale (consultar cualquier tratado de Electricidad):

$$Hl = 0,4\pi Ni$$

Y que en este caso, debe tomarse la suma de los trabajos realizados durante el recorrido en el aire y en el hierro; además, debe tomarse el valor máximo de la corriente magnetizante y no el eficaz, si se considera el valor máximo de la intensidad del campo magnético  $H$ . La expresión anterior queda entonces, así:

$$Hl_m + Bl_e = 0,4\pi\sqrt{2}I_m N_1$$

donde  $H$  es la intensidad de campo en el núcleo, debida a la corriente magnetizante;  $B$  es la inducción, que se toma como intensidad de campo en el entrehierro debido a la pequeñez de éste, de manera que se supone nula la



Fig. 14. — Corte de un núcleo tipo acorazado para mostrar la sección transversal.

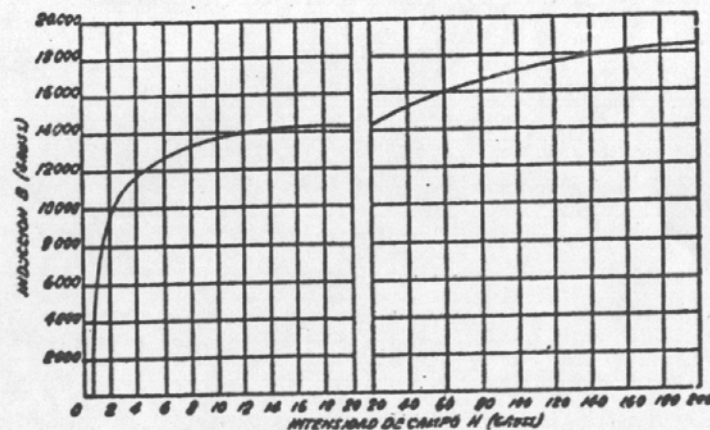


Fig. 15. — Curva de imanación de chapas para transformadores, de espesor 0,25 mm.

dispersión. El factor raíz cuadrada de 2 es para obtener el valor máximo de la corriente magnetizante de valor eficaz  $I_m$ . El número de espiras  $N_1$  es del primario. Las longitudes magnéticas ya se conocen y se toman en cm.

Para conocer la intensidad de campo  $H$ , hay que conocer la inducción  $B$

o viceversa. Ambas magnitudes están dadas recíprocamente en la curva de imanación del núcleo, que generalmente es conocida. Para chapas comunes, de espesor 0,35 mm que es lo corriente, la curva de imanación se ve en la figura 15.

De la expresión anterior se deduce el valor de la corriente magnetizante:

$$I_m = \frac{H l_m + B l_e}{1,775 N_1}$$

EJEMPLO: Supongamos que se tiene un núcleo acorazado con juntas de luz 0,005 cm que son comunes, de modo que el entrehierro total es 0,01 cm; la longitud magnética media en el hierro sea 50 cm. La inducción suele adoptarse en base al tipo de núcleo, y en nuestro caso supongamos es de 14000 Gauss. Tenemos un bobinado primario de 600 espiras. Para calcular la corriente magnetizante obtenemos en la curva de la figura 15 el valor de H, que para B: 14000 vale H: 12 Gauss. Luego aplicamos la fórmula propuesta, y se tiene:

$$I_m = \frac{12 \times 50 + 14000 \times 0,01}{1,775 \times 600} = 0,7 \text{ A}$$

De modo que la corriente magnetizante es aproximadamente 0,7 Amper.

### EL TRANSFORMADOR CON CARGA

Hasta aquí se ha supuesto que el secundario del transformador permanecía a circuito abierto, sin conectar nada entre sus bornes. En tales condiciones dijimos que el transformador estaba en vacío. Veamos lo que sucede cuando entre los bornes del secundario se conecta una carga, constituida por una resistencia, o más generalmente, por una impedancia Z, que hará circular corriente por ella y por el secundario del transformador, ya que a un circuito

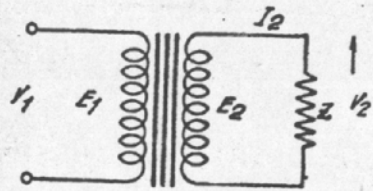


Fig. 16. — Esquema del transformador con carga, conectando al secundario una impedancia Z.

cerrado se estará aplicando una f.e.m.  $E_2$ . La corriente que circulará por tal circuito la llamamos  $I_2$ , según indica la figura 16. Más adelante veremos cómo se encuentra el valor de la tensión  $V_2$  en los bornes de la impedancia de carga del secundario.

Al circular por el secundario una corriente, se tendrá una cantidad de amper-vueltas, y por ende, una cierta fuerza magnetomotriz. La ley de Hopkinson dice que el producto del flujo por la reluctancia

magnética del núcleo es igual a la suma de las ff.mm.mm., es decir:

$$\Phi R_m = \Sigma 0,4 \pi N i$$

y en este caso, el flujo magnético en el núcleo es constante, pues es producido por la corriente magnetizante de valor constante, según se vió anteriormente.

La reluctancia magnética depende de la longitud magnética (constante), de la sección del núcleo (constante) y de la permeabilidad del núcleo, que para lo que estamos considerando puede suponerse constante, pues su variación depende de la saturación y no de lo que suceda en el secundario. Resulta entonces que el primer término de la ecuación última es constante, por lo que el segundo también debe serlo, y ello sólo es posible si el primario provee los ampervueltas necesarios para equilibrar los que suministra el secundario.

De modo que si la suma de las ff.mm.mm. no debe alterarse, y en vacío tenemos que la única presente es la debida a la corriente  $I_0$ , en carga debemos tener como fuerza magneto-motriz resultante la misma que en vacío. Luego, si hay una corriente en el secundario  $I_2$ , que proporciona una f.m.m., en el primario debe circular una corriente tal que proporcione una f.m.m. equilibrante de aquélla para que quede como f.m.m. resultante la misma que había en vacío.

En la figura 17 se ve el diagrama vectorial de corrientes bajo carga. La corriente  $I_0$  es la de vacío, que puede suponerse toda magnetizante sin cometer un error importante. La corriente  $I_2$  debe ser equilibrada por una corriente  $-I_2$  en el primario, de modo que la corriente total del primario será la suma vectorial de  $I_0$  y  $-I_2$ . Para ello estamos suponiendo que los números de espiras son iguales en ambos bobinados, porque si así no fuera, el equilibrio se cumple entre los amper-vueltas y no las corrientes. Se debe tener, en resumen:

$$0,4 \pi N_1 \bar{I}_1 + 0,4 \pi N_2 \bar{I}_2 = 0,4 \pi N_1 \bar{I}_0$$

Siendo  $I_1$  la corriente total del primario. Si suponemos que los números de espiras son iguales, lo que no resta generalidad al problema, se tiene, poniendo  $N_1 = N_2$  y simplificando:

$$\bar{I}_1 + \bar{I}_2 = \bar{I}_0$$

Ecuación que tiene, igual que la anterior, carácter vectorial. Luego, la suma vectorial de la corriente del secundario y la total del primario debe dar la corriente de vacío. La figura 17 muestra lo antedicho. Lo mismo podemos decir, que la corriente total del primario estará dada por la suma de la de vacío y la opuesta a la del secundario, pues la ecuación última se puede escribir:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + (-\bar{I}_2)$$

Y esto también se ve en la figura 17, pues tomando un vector igual y opuesto a  $I_2$  y sumándolo a  $I_0$  se tiene la corriente total del primario,  $I_1$ .

Si la corriente de vacío es pequeña, comparada con las de carga, se puede

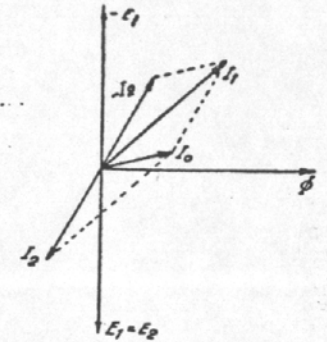


Fig. 17. — Diagrama vectorial de las corrientes en el transformador con carga.

suponer, con suficiente aproximación, que la ecuación de corrientes queda reducida a:

$$N_1 I_1 = N_2 I_2$$

para los casos en que los números de espiras no son iguales, que es lo general.

Nótese que la ecuación es algebraica y no vectorial por estar las dos corrientes en una misma recta, ya que en la figura 17 hemos despreciado el vector  $I_0$ .

El error de esta última ecuación es suponer nulos los amper-vueltas magnetizantes con lo que el transformador no funcionaría, pero no es importante, en valor absoluto. De la última expresión se deduce:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{I_1}{I_2} = k$$

Es decir, que las corrientes secundaria y primaria están entre sí como la relación inversa de los números de espiras respectivos. Como el cociente entre los números de espiras y primario y secundario era la relación de transformación, se ve que entre las ff. ee. mm. hay una relación inversa a la de las corrientes. Hay que tener en cuenta que la relación de las ff. ee. mm. daba un valor exacto, mientras que la de corrientes es aproximada, pues despreciamos  $I_0$ , corriente de vacío.

### DIAGRAMA VECTORIAL — CARGA INDUCTIVA

Hasta aquí hemos considerado las relaciones entre las corrientes y sus correspondientes ff. mm. mm. sin tener en cuenta las ff. ee. mm. y las tensiones. Estudiaremos ahora el problema en conjunto, considerando el transformador cargado, es decir, con una impedancia  $Z$  de carga en el secundario.

Por lo pronto, en los bornes de la impedancia de carga se tendrá una tensión  $V_2$ , llamada tensión secundaria, y cuyo valor se encuentra si descontamos a la f.e.m. del secundario las correspondientes caídas de tensión (ver fig. 18). El bobinado secundario tiene resistencia óhmica, de valor  $R_2$ , y además, igualmente que para el primario, se debe considerar que el flujo del núcleo no abarca todo el bobinado, pues se produce alguna dispersión. Para considerarla, se supone el efecto equivalente de una reactancia ficticia, de valor  $X_2$ , que ocasiona la misma pérdida de f.e.m. o, mejor aún, la misma caída de tensión. Es decir, que suponemos que existe en el secundario, tal como sucedía en el primario, una reactancia de dispersión, de manera que habrá dos caídas de tensión: una en fase con la corriente  $I_2$ , e igual a  $I_2 R_2$  y otra adelantada  $90^\circ$ , inductiva, e igual a  $I_2 X_2$ . En la figura 18 hemos descontado vectorialmente esas dos caídas a la f.e.m. secundaria, quedando como resto la tensión en los bornes del secundario cargado  $V_2$ . Las dos caídas de tensión forman los catetos de un triángulo rectángulo, llamado: *de caídas*.

Pasemos ahora al primario. La corriente total circulante por este bobinado dijimos que era la suma vectorial de la magnetizante y la opuesta a la secun-

daria, siempre que los números de espiras sean iguales para ambos devanados es decir, que la relación de transformación valga la unidad. Para hacer el diagrama no hay inconveniente en suponerlo así, de manera que trazamos el diagrama de corrientes tal como se ve en la figura 18.

Ahora bien, las caídas de tensión en el primario ya no dependerán de la corriente  $I_0$ , como cuando el transformador estaba en vacío, sino que serán mayores, pues son provocadas por la corriente total  $I_1$ . Hay dos caídas, una óhmica de valor  $I_1 R_1$ , producida por la resistencia del bobinado, y otra inductiva de valor  $I_1 X_1$ , producida por la reactancia de dispersión. La primera está en fase con la corriente y la segunda delante  $90^\circ$  respecto de la corriente. Sumando esas caídas al vector opuesto a la f.e.m. primaria, tal como lo hicimos en el transformador en vacío, se tiene la tensión primaria  $V_1$ , aplicada. Aquí también vemos el triángulo de caídas.

El ángulo comprendido entre los vectores de la corriente y la tensión en ambos bobinados es el defasaje eléctrico entre las magnitudes correspondientes. Así, la corriente en el secundario atrasa un ángulo  $\varphi_2$  con respecto a la tensión en los bornes  $V_2$ , de manera que la carga  $Z$  tiene carácter inductivo. La corriente primaria atrasa un ángulo  $\varphi_1$  respecto de la tensión aplicada  $V_1$ , de manera que respecto de la red, el transformador representa una carga inductiva.

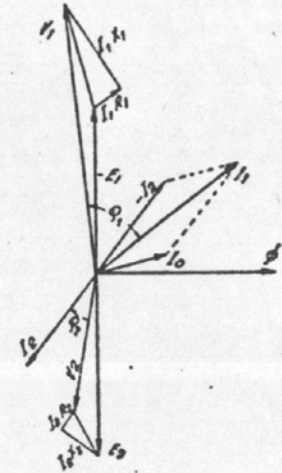


Fig. 18. — Diagrama vectorial completo del transformador con carga inductiva.

### SECUNDARIO CON CARGA ÓHMICA

Veamos lo que sucede si la carga del secundario es una resistencia pura, tal como se ilustra en la figura 19. Entre los bornes del secundario se ha conectado una resistencia óhmica  $R$ , que hará que la corriente que circula por ella esté en fase con la tensión  $V_2$  entre sus bornes.

La figura 20 muestra el diagrama vectorial resultante, que es similar al de la figura 18, salvo en el detalle que los vectores de la corriente y la tensión del secundario coinciden en dirección y sentido. El ángulo de fase del secundario es nulo. El triángulo de caídas de tensión tendrá su cateto de caída óhmica en la misma dirección de  $V_2$  o de  $I_2$ , y el de la caída inductiva será perpendicular a esa dirección. En el secundario no se nota otra diferencia.

En el primario se procede en la misma forma como antes, sumando vectorialmente la corriente de vacío con la opuesta a la secundaria, para tener la

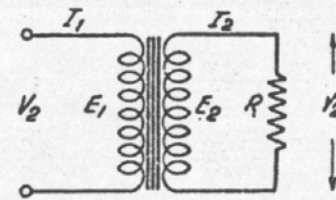


Fig. 19. — Esquema del transformador con carga óhmica, conectando en el secundario una resistencia  $R$ .

corriente primaria total, suponiendo relación de transformación unitaria. Las caídas de tensión en el primario se suman al vector  $-E_1$  para tener la tensión aplicada  $V_1$ , notándose en seguida que el ángulo de fase del primario se ha reducido con respecto al de la figura 18, cuando se tenía carga inductiva. Aquí está la diferencia clásica entre los dos tipos de carga secundaria. El defasaje entre la corriente y la tensión primarias es menor cuando la carga del secundario es óhmica, o sea, es una resistencia pura.

SECUNDARIO CON CARGA CAPACITIVA

Supongamos ahora que en el secundario conectamos una carga mixta, formada por una combinación de capacitores y resistencias, tal que la corriente  $I_2$  adelanta un cierto ángulo con respecto a la tensión en los bornes del secundario,  $V_2$ .

En la figura 21 se muestra el esquema correspondiente, notándose que la carga está formada por una resistencia  $R$  y una capacidad  $C$ , en serie; también se puede tener la resistencia y la capacidad en paralelo, pues en ambos casos la corriente adelantará con respecto a la tensión.

El diagrama vectorial correspondiente a este circuito se ve en la figura 22. En el secundario, la corriente aparece adelantada con respecto a la tensión  $V_2$ . Para obtener esta tensión, descontamos a la f.e.m. secundaria, las caídas óhmicas en la resistencia del bobinado, e inductiva en su reactancia de dispersión, quedando la tensión secundaria bajo carga,  $V_2$ . En este caso resultó que  $V_2$  queda un poco adelantada con respecto a la f.e.m.  $E_2$ , pero ese detalle depende del valor de la corriente, de su ángulo de adelanto, y de las magnitudes de la resistencia y la reactancia.

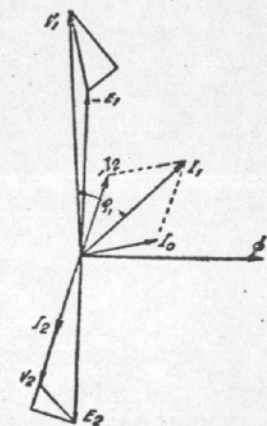


Fig. 20. — Diagrama vectorial completo del transformador con carga óhmica.

Para el primario, tomamos el vector opuesto a la corriente secundaria, de igual valor si se supone relación de transformación unitaria y sumamos tal vector con la corriente de vacío, obteniéndose la corriente total primaria,  $I_1$ . Sumando a la tensión  $-E_1$ , igual y opuesta a la f.e.m. primaria las caídas de tensión en la resistencia y en la reactancia de dispersión del primario, como se hizo otras veces, se encuentra la tensión  $V_1$ .

Se nota en seguida que el defasaje entre la corriente y la tensión del primario se ha reducido mucho, y para ciertos casos especiales puede anularse, o aun puede tenerse corriente primaria adelantada con respecto a la tensión. Eso dependerá de la magnitud y defasaje de la corriente secundaria, de modo que

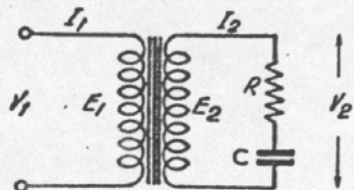


Fig. 21. — Esquema del transformador con carga capacitiva, conectando en el secundario una capacidad  $C$ , combinada con una resistencia  $R$ .

con respecto a la red, un transformador con carga capacitiva puede comportarse como una carga inductiva, óhmica ó aun capacitiva, según las características de la carga secundaria.

DIAGRAMAS REDUCIDOS DEL TRANSFORMADOR

De acuerdo con lo que se ha visto, es posible estudiar el comportamiento del transformador para cada estado de carga, esto es, para cada valor y defasaje de la corriente tomada del secundario, referida a la tensión en los bornes del mismo. En efecto, si retomamos la figura 18, y admitimos que la corriente que toma la carga tiene un determinado valor y ángulo de fase con respecto a la tensión en los bornes secundarios, puede construirse el triángulo de caídas para este devanado, y obtener la tensión  $V_2$ ; luego, componiendo la corriente  $-I_2$  con la de vacío, se tendrá la corriente primaria, que a su vez, permite construir el triángulo primario de caída de tensión. Sumando a la f.e.m.  $-E_1$  las caídas en la resistencia del bobinado y en la reactancia de dispersión, se tiene la tensión primaria o de la red,  $V_1$ .

Pero a poco que se analice el problema, aparecen algunos inconvenientes. El primero es que, no conociendo la dirección del vector que da la tensión secundaria en los bornes, será difícil ubicar la corriente secundaria, pues se conoce el ángulo entre ambos vectores, que es el defasaje de la carga, pero debe tenerse dibujado un vector para trazar el otro. Y si no se dispone de la corriente secundaria tampoco se podrá calcular la primaria, aunque se conozca en magnitud y dirección la corriente de vacío.

Estas razones han hecho que se busque la forma de simplificar el trazado del diagrama vectorial, aun a costa de aceptar ciertas inexactitudes. Tales son los diagramas reducidos, que contemplan la propuesta anterior, y que consideran al transformador como formado por un único bobinado en el cual se producen todas las caídas. Puede referirse todo el transformador al primario o al secundario; veremos ambos procedimientos por separado.

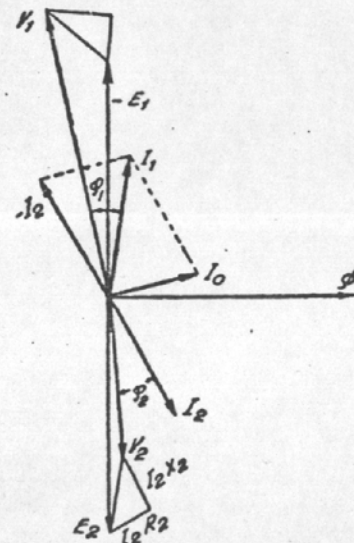


Fig. 22. — Diagrama vectorial completo del transformador con carga capacitiva.

DIAGRAMA REDUCIDO AL PRIMARIO

Sabemos que entre las fuerzas electromotrices inducidas en los dos devanados existe la misma relación que entre los números de espiras respectivo

de modo que si queremos referir todas las tensiones al primario, comenzaremos por reducir las ff. ee. mm.; para ello, tomaremos la primaria en la escala elegida, pero la secundaria será reemplazada por un valor:

$$E_1 = k E_2$$

que se deduce directamente de la relación entre números de espiras. Es decir, que se tomará la f.e.m. secundaria multiplicada por la relación de transformación. Asimismo, todas las tensiones y caídas de tensión del secundario se multiplicarán por  $k$ , de modo que se puede suponer, después de ello, que la relación de transformación vale la unidad, o sea que el primario y secundario tienen igual cantidad de espiras.

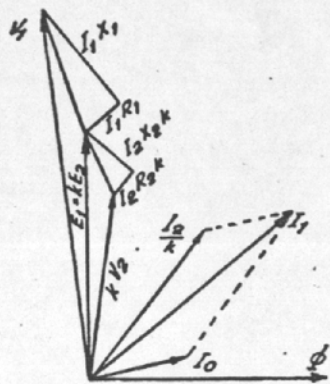


Fig. 23. — Diagrama del transformador reducido al primario.

Para las corrientes vale la relación inversa, según se ha visto, siempre que se desprecie en la ecuación de las ff. mm. la producida por la corriente magnetizante. Luego, para la corriente secundaria tomaremos un vector  $I_2/k$  en lugar de  $I_2$ , es decir, la dividiremos por  $k$ .

Y ahora, tomemos el diagrama de vectores de la figura 18, que es el caso más común de carga, y giremos en  $180^\circ$  todos los vectores del secundario, obteniéndose el nuevo diagrama de la figura 23.

Dado que las dos ff. ee. mm. serán iguales, ya que la secundaria está multiplicada por  $k$ , sus vectores coincidirán. La corriente secundaria coincidirá con su opuesta, de manera que se puede sumar directamente, por medio de la construcción gráfica conocida, con la corriente de vacío y se obtiene la corriente total del primario.

Si descontamos a la tensión primaria  $V_1$  las caídas que produce la corriente  $I_1$  en la resistencia del bobinado y en la reactancia de dispersión, se tiene el conocido triángulo de caídas de tensión, quedándonos como resto vectorial la f.e.m.  $E_1$ . Y si ahora restamos vectorialmente a  $kE_2$  las caídas en el secundario, nos quedará la tensión secundaria  $kV_2$ . Esas caídas las produce la corriente  $I_2$ , de modo que los dos catetos del triángulo serán paralelo y perpendicular, respectivamente, a tal corriente.

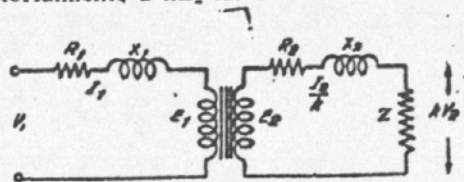


Fig. 24. — Esquema correspondiente al diagrama reducido al primario.

óhmica de cada uno, y una reactancia ficticia, igual a la dispersión de cada bobinado. La tensión en los bornes de la carga secundaria es  $kV_2$ .

El diagrama vectorial de la figura 23 puede ser expresado mediante una ecuación vectorial, que incluya la suma de todos los vectores que intervienen. No olvidemos multiplicar las tensiones y caídas del secundario por  $k$ , y dividir la corriente secundaria por ese valor. Se tendrá:

$$\bar{V}_1 = \bar{E}_1 + \bar{I}_1 R_1 + \bar{I}_1 X_1$$

que contempla una parte del diagrama, y que tiene carácter de suma vectorial. También se puede escribir esta otra expresión vectorial:

$$k \bar{E}_2 = k \bar{V}_2 + k \bar{I}_2 R_2 + k \bar{I}_2 X_2$$

Y como se ha estipulado que las dos ff. ee. mm. son iguales, se tiene que se puede reemplazar en lugar del primer término del segundo miembro de la ecuación de arriba, todo el segundo miembro de la ecuación de abajo, puesto que:

$$E_1 = k E_2$$

Con lo que resultará:

$$\bar{V}_1 = k \bar{V}_2 + k \bar{I}_2 R_2 + k \bar{I}_2 X_2 + \bar{I}_1 R_1 + \bar{I}_1 X_1$$

Ecuación general vectorial que corresponde a la figura 23. En esta última expresión se pueden hacer algunas simplificaciones, siempre que se suponga despreciable la corriente de vacío del transformador, lo que es bastante aceptable. En efecto, si reemplazamos  $I_2$  por su igual aproximada  $k I_1$ , que se deduce de:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = k$$

Y se efectúan las simplificaciones algebraicas, agrupando términos de factor común, obtendremos:

$$\bar{V}_1 = k \bar{V}_2 + \bar{I}_1 (R_1 + k^2 R_2) + \bar{I}_1 (X_1 + k^2 X_2)$$

Se obtiene así otra ecuación vectorial, que tiene un significado importante, aunque sabemos que no es rigurosamente exacta. Si las sumas dentro de los paréntesis se suponen aritméticas, lo que es suficientemente exacto en la práctica, se ve que la corriente total primaria produce dos caídas de tensión: una de carácter óhmico y otra de carácter inductivo. La caída de carácter óhmico es originada por una *resistencia total reducida al primario*, de valor:

$$R_p = R_1 + k^2 R_2$$

es decir, igual a la resistencia del primario más la del secundario transferida a él. Del mismo modo, la caída en la reactancia de dispersión total, se supone provocada por una *reactancia total transferida al primario*, de valor:

$$X_p = X_1 + k^2 X_2$$

que también resulta igual a la reactancia de dispersión primaria más la secun-

daria transferida al primario. De acuerdo con estas consideraciones, podemos simplificar la última ecuación de tensiones, introduciendo la resistencia y reactancia reducidas al primario, en la siguiente forma:

$$\bar{V}_1 = k \bar{V}_2 + \bar{I}_1 R_p + \bar{I}_1 X_p$$

Con lo que hemos obtenido una nueva ecuación de carácter vectorial que puede ser llevada a un diagrama más simple que el complejo que hemos conocido anteriormente. Para esto, observemos la figura 25. Tenemos el flujo en una dirección determinada, que no nos interesa mayormente. La corriente de carga la reducimos al primario, dividiéndola por la relación de transformación, con lo que coincidirá con la corriente primaria. Se desprecia la corriente de vacío, según hemos dicho antes. Formando con estas corrientes el ángulo de defasaje que hay en el secundario, o sea en el circuito de carga, se halla la tensión  $V_2$ , que se representa multiplicada por  $k$ . Y formando el ángulo de defasaje primario, estará la tensión  $V_1$ , de la red. A esta última hay que descontarle las caídas totales del transformador, reducidas al primario, y que son la caída óhmica en la resistencia reducida  $R_p$ , que es un vector paralelo a la corriente (vector  $AB$  en la figura), y la caída inductiva en la reac-

FIG. 25. — Diagrama vectorial simplificado, del transformador reducido al primario.

tancia total de dispersión,  $X_p$ , que es un vector perpendicular a la corriente (vector  $BD$  en la figura).

Se ve que los dos triángulos de caídas de la figura 23, han quedado reducidos a uno solo, el  $ABD$ , formado por dos catetos, que son las caídas en la resistencia y reactancia reducidas al primario, y la hipotenusa, que tiene carácter de impedancia, de acuerdo a la teoría de la corriente alternada. Tal impedancia se llama también *reducida al primario*, y su valor resulta dado por:

$$Z_p = \sqrt{R_p^2 + X_p^2}$$

de acuerdo con la teoría general y con el teorema de Pitágoras aplicado al triángulo  $ABD$ , que es rectángulo en el vértice  $B$ .

El diagrama vectorial de la figura 25 tiene un circuito equivalente o reducido, que interpretaremos. Al suponer referidos al primario los vectores de caídas de tensión, y multiplicar la tensión secundaria por  $k$ , hemos eliminado el transformador, pues el circuito de la figura 26 equivale al diagrama de la figura 25. En efecto, si insertamos en serie con el circuito de carga una resistencia óhmica y una reactancia inductiva de valores correspondientes a los respectivos reducidos, en ellas se producirán caídas de tensión como las de la figura 25. Luego, en los bornes de la carga, representada por una impedancia  $Z$ , se tendrá una tensión  $k V_2$ , y aplicada al circuito una tensión  $V_1$ .

De modo que el diagrama vectorial reducido al primario permite prescindir del transformador en sí, y suponer que existen en serie con el circuito de consumo una resistencia y una reactancia, es decir, una impedancia, que provocará caídas de tensión. En lo que respecta al estudio del efecto del transformador y su carga sobre la red, esta simplificación es muy interesante y conveniente. La simplificación lleva consigo la inexactitud debida a despreciar la corriente de vacío, pero en la práctica puede considerarse aceptable el error.

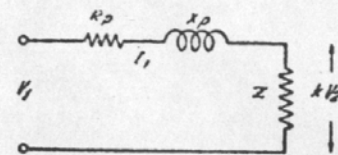


FIG. 26. — Circuito equivalente del transformador reducido al primario.

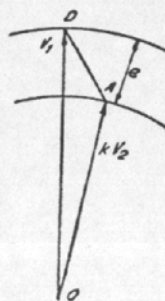


FIG. 27. — Diagrama reducido de tensiones del transformador.

Finalmente si sólo tenemos en cuenta las tres tensiones  $OA$ ,  $AD$  y  $OD$  de la figura 25, llegamos al diagrama de la figura 27, en el que se tiene que la tensión secundaria multiplicada por la relación de transformación es igual a la primaria descontando la caída en la impedancia reducida. Se suele llamar: *caída total del transformador*, a la diferencia aritmética entre  $V_1$  y  $V_2$ , es decir, a la magnitud  $e$  indicada en la figura 27, que es distinta de  $AD$ , pero que tiene una interpretación más práctica, pues significa la diferencia que habrá en las lecturas de los voltímetros primario y secundario, si esta última lectura se multiplica por  $k$ . El valor mayor de la caída en la impedancia reducida contempla la diferencia de fase entre las tensiones primaria y secundaria, que no interesa en la práctica, si nos referimos a la pérdida de tensión secundaria provocada por la carga. Si se relaciona la caída total  $e$  con la tensión secundaria, se obtiene la *regulación* del transformador.

$$r = \frac{e}{A O} = \frac{V_1 - k V_2}{k V_2}$$

que expresa la caída relativa de tensión del transformador, y que se suele expresar en %. Esta expresión es algebraica y no vectorial.

#### DIAGRAMA REDUCIDO AL SECUNDARIO

Hemos visto que si multiplicamos las tensiones y caídas del secundario por la relación de transformación  $k$ , y dividimos la corriente secundaria por este factor, se puede referir todo el diagrama al primario. Veremos ahora que si se dividen todas las tensiones y caídas del primario por  $k$ , y se multiplica la corriente primaria por  $k$ , se puede reducir todo el diagrama vectorial del transformador al secundario. Para ello, partimos de la relación fundamental de las ff.ee.mm., que permite escribir:

$$E_2 = \frac{E_1}{k}$$



Y si escribimos la ecuación vectorial del secundario, que corresponde al diagrama de tensiones ya conocido, se tiene:

$$\bar{E}_2 = \bar{V}_2 + \bar{I}_2 R_2 + \bar{I}_2 X_2$$

Ahora bien, la ecuación vectorial correspondiente al primario la dividiremos por  $k$ , de acuerdo con lo que dijimos antes, y nos resultará:

$$\frac{\bar{V}_1}{k} = \frac{\bar{E}_1}{k} + \frac{\bar{I}_1 R_1}{k} + \frac{\bar{I}_1 X_1}{k}$$

Y notamos en seguida que el primer término del segundo miembro puede ser reemplazado por su igual  $E_2$ , que está dado por la ecuación anterior, resultando:

$$\frac{\bar{V}_1}{k} = \bar{V}_2 + \bar{I}_2 R_2 + \bar{I}_2 X_2 + \frac{\bar{I}_1 R_1}{k} + \frac{\bar{I}_1 X_1}{k}$$

Que es la ecuación vectorial referida al secundario, similar a la que conocimos cuando la tratamos con respecto al primario. Esta ecuación admite una simplificación, si se desprecia la corriente de vacío, y es que se puede suponer que las corrientes primarias y secundarias están en la siguiente proporción:

$$I_1 = \frac{I_2}{k}$$

Con lo que reemplazamos la corriente del primario, en la ecuación vectorial reducida, por la corriente del secundario dividida por  $k$ . En esta forma se pueden agrupar los términos de caídas resistivas e inductivas, como ya lo hicimos anteriormente, y nos resultará una nueva ecuación vectorial, más simple:

$$\frac{\bar{V}_1}{k} = \bar{V}_2 + \bar{I}_2 \left( R_2 + \frac{R_1}{k^2} \right) + \bar{I}_2 \left( X_2 + \frac{X_1}{k^2} \right)$$

Y vemos que aparecen otra vez términos compuestos por sumas de resistencias y reactancias. Cada término comprende la resistencia o la reactancia del secundario, a la que se agrega la respectiva del primario, pero transferida al secundario. Si llamamos a esos conjuntos con el nombre: *reducida al secundario*, tendremos que la resistencia reducida al secundario tiene un valor:

$$R_s = R_2 + \frac{R_1}{k^2}$$

Del mismo modo que la reactancia de dispersión, reducida al secundario, tendrá un valor dado por:

$$X_s = X_2 + \frac{X_1}{k^2}$$

Ambas expresiones de los valores reducidos al secundario difieren en la forma literal con respecto a las similares reducidas al primario, pero no se

diferencian en su esencia. Siempre se componen del valor propio del devanado más el transferido desde el otro, en la forma que se indica, interviniendo como factor o como divisor, el cuadrado de la relación de transformación.

#### DIAGRAMA DE KAPP

Se podría representar el diagrama correspondiente a la expresión vectorial referida al secundario, pero, además de resultar muy parecido al que trazamos para el primario, carece de valor práctico. Kapp ideó un diagrama más completo, que permite obtener el valor de la tensión secundaria para cada valor de la corriente de carga, y su correspondiente defasaje. El método se basa en el triángulo de cortocircuito, y su fundamento se deducirá a continuación.

Supongamos que ponemos el secundario del transformador en cortocircuito, uniendo entre sí sus dos bornes. En tales condiciones, debemos aplicar al pri-

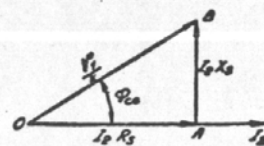


FIG. 28. — Triángulo de caídas de tensión, en el diagrama reducido al secundario.

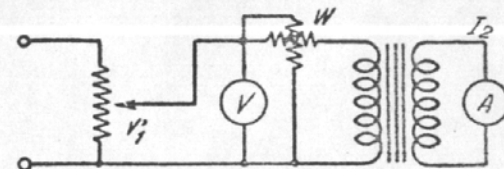


FIG. 29. — Esquema para la determinación experimental del triángulo de caídas de tensión, reducidas al secundario.

mario una tensión pequeña, a fin de evitar la circulación de corrientes elevadas por los dos bobinados. Si en lugar de un puente, colocamos entre los dos bornes secundarios un amperímetro, prácticamente el transformador estará también en cortocircuito, dado que la resistencia de la bobina de tal instrumento es muy pequeña; pero en cambio, podemos leer el valor de la corriente secundaria, y ajustaremos la tensión reducida primaria hasta tener en el secundario la corriente normal que debería circular por ese devanado a plena carga.

Si escribimos la expresión vectorial reducida al secundario, para este estado del transformador, ella se cumplirá, con la salvedad que  $V_2$  vale cero. Llamaremos  $V'_1$  a la tensión menor que estamos aplicando al primario, y la ecuación mencionada se escribe así:

$$\frac{\bar{V}'_1}{k} = \bar{I}_2 R_s + \bar{I}_2 X_s$$

Donde las resistencia y reactancia reducidas al secundario las indicamos con el subíndice  $s$ , como antes. Ha desaparecido el término  $V_2$ , por valer cero. La ecuación última nos indica que estando el secundario en cortocircuito, la tensión aplicada al primario se consume en caídas internas, de modo que si se conoce el ángulo de fase entre la corriente de cortocircuito y la tensión aplicada, se puede trazar el triángulo que se ve en la figura 28. La caída en

la resistencia total reducida al secundario está en fase con la corriente, y la caída en la reactancia total de dispersión, en cuadratura. La hipotenusa del triángulo es  $V_1/k$ , conocida.

Prácticamente, este ensayo se hace con el esquema de la figura 29, conectando un wattímetro, un voltímetro y un amperímetro. Un divisor de tensión permite aplicar la tensión reducida  $V'_1$ , y el voltímetro permite leer tal tensión, cuando el amperímetro acusa la corriente normal de carga  $I_2$  y el wattímetro la

potencia  $W$ , que podemos suponer que no incluye las pérdidas en el hierro, ya que con tensión reducida, la excitación será pobre. Más adelante, al hablar de las pérdidas en los transformadores, volveremos sobre estas consideraciones.

Con las lecturas de los tres instrumentos, el ángulo de cortocircuito, que necesitamos conocer para trazar el triángulo de la figura 28, se determina mediante su coseno, y en la forma conocida:

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{k W}{V'_1 I_2}$$

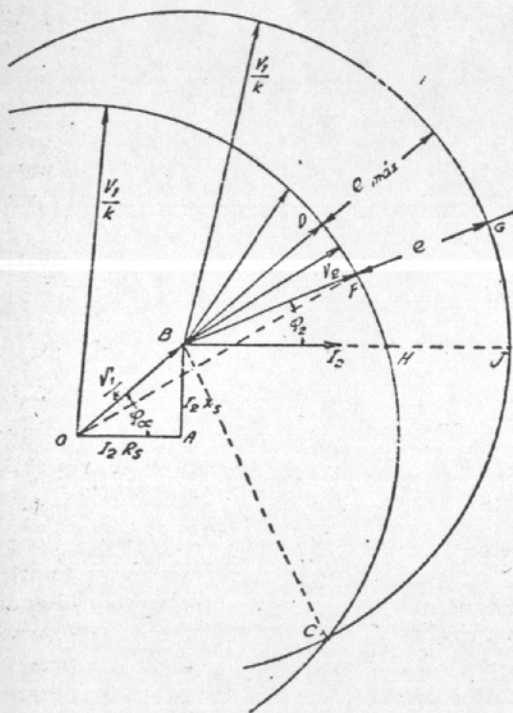
donde el factor  $k$  se debe a que debemos dividir a la tensión  $V'_1$  por  $k$  para trazar el triángulo citado. Una vez conocido el ángulo en  $O$ , y la hipotenusa  $OB$ , de la figura 28, se puede dibujar el triángulo, con lo que quedarán conocidos sus dos catetos en la misma escala en

Fig. 30. — Diagrama de Kapp para el estudio gráfico de las características de transformadores.

que se dibujó la hipotenusa. Dividiendo los catetos por la corriente secundaria se tienen la resistencia y reactancia totales referidas al secundario.

Pasemos ahora al diagrama de Kapp, que se puede ver en la figura 30. El triángulo  $OBA$  es el mismo que ya conocemos, y que tomamos como base del diagrama. Con centro en  $O$  y con centro en  $B$ , se trazan dos círculos, cuyo radio es la tensión normal del primario, pero dividida por  $k$ , ya que este diagrama está referido al secundario. Estos dos círculos se cortan en dos puntos como el  $C$ , que son interesantes, como veremos en seguida.

Puede trazarse el vector representativo de la corriente secundaria, que será paralelo a la base del triángulo, como ya sabemos. Y ahora, formando con el vector  $I_2$  el ángulo de fase de la carga, trazamos el vector de la tensión secunda-



ria que tendremos bajo tal estado de carga; resulta el vector  $BF$ , por ejemplo, dado en la escala que empleamos para dibujar las otras tensiones y caídas.

Analicemos el diagrama que ha resultado. Se ve que cualquiera que sea la posición del vector  $V_2$ , la suma de él con la hipotenusa  $OB$ , da la tensión primaria  $OF$  referida al secundario. Resulta que el triángulo  $OFF$  es el de tensiones del transformador, similar al de la figura 27 que ya conocíamos. Además, prolongando la recta  $BF$  hasta el círculo exterior, se tiene el punto  $G$ , y el segmento  $FG$  es la diferencia aritmética entre las tensiones primaria y secundaria, puesto que  $BG$  es el radio del círculo, igual a  $OF$ . Luego el segmento  $FG$  y sus similares para otros estados de carga son las caídas totales de tensión, que llamamos  $e$  en la figura 27.

Salta a la vista la utilidad de este diagrama: dado el triángulo de cortocircuito, se dispone de los dos círculos, y entonces se puede conocer la tensión que habrá en el secundario para cualquier estado de carga. En efecto, basta tomar desde el vector horizontal  $I_2$ , el ángulo de fase que tendrá la carga, o sea el defasaje que tendremos en el secundario, y trazar desde el punto  $B$  el vector que forma ese ángulo con  $I_2$ , para tener la tensión secundaria. Todos los vectores que se ven en la figura, saliendo de  $B$ , como el  $BF$ , el  $BD$ , etcétera, son esas tensiones. Prolongando el vector  $V_2$  hasta el círculo externo, se puede medir la caída total de tensión  $e$ .

En este diagrama se notan algunos puntos particulares. El  $D$  es uno de ellos, pues estando en la prolongación de  $OB$ , la distancia entre los dos círculos será máxima en este lugar; de modo que cuando la carga tiene un defasaje igual al que obtuvimos estando el secundario en cortocircuito, la caída de tensión del transformador será máxima. Otros puntos notables son los  $C$ , que están sobre una recta perpendicular a  $OB$  en su punto medio. En tales puntos no hay caída de tensión en el transformador, y el defasaje que debe tener la carga para que ello suceda se encuentra trazando la recta  $BC$  y midiendo el ángulo que ella forma con  $I_2$ . Se ve que se trata de un caso de carga en adelanto, es decir, capacitiva. Para carga óhmica en el secundario, el defasaje es nulo, y el vector  $V_2$  debe coincidir con la corriente. La caída de tensión resulta el segmento  $HJ$ .

Veamos ahora cómo se obtienen las tensiones secundarias en el mismo

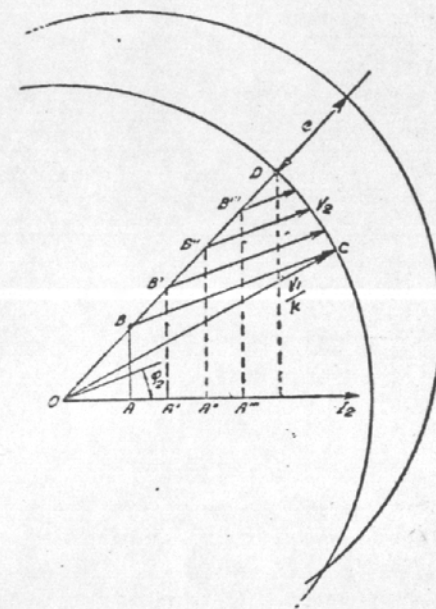


Fig. 31. — Tensiones secundarias a distintas cargas, pero con defasaje constante.

diagrama, pero para corrientes de carga variables en intensidad y defasaje constante, pues hasta ahora vimos las tensiones secundarias para distintos defasajes de ella con respecto a la corriente. Pasemos a la figura 31, que se ha dibujado aparte a fin de no complicar la anterior.

Si la corriente secundaria varia, el triángulo de caídas tendrá dimensiones variables, ya que sus catetos son proporcionales a la corriente secundaria. Supongamos que se desea obtener la tensión secundaria para distintos

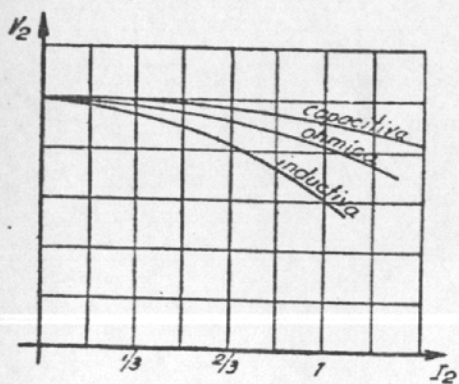


Fig. 32. — Curvas características de carga de un transformador.

sucesivos valores de las tensiones secundarias para cada estado de carga. Por ejemplo, el vector BC representa la tensión secundaria para el caso en que la corriente produzca una caída óhmica OA.

Siempre se tiene, igual que antes, que el vector OC, por ejemplo, representa la tensión primaria reducida al secundario. Para otros ángulos de defasaje secundario se procedería de la misma manera, y así se pueden trazar las características de carga o externas del transformador, que son curvas como las que muestra la figura 32, y que dan la tensión secundaria para cada estado de carga. Hay que hacer notar que, en la práctica, este diagrama resulta un poco impreciso, dado que las caídas de tensión en los transformadores modernos son muy pequeñas y pueden estar dentro del orden de precisión del dibujo. Muchas veces se prefiere obtener las características de carga por lectura directa en voltímetros, para cada valor y defasaje de la corriente secundaria.

valores de la corriente de carga, pero manteniendo el defasaje entre ellas constante e igual al ángulo  $\varphi_2$  indicado en la figura 31. Trazamos segmentos OA, OA', OA'', etcétera, proporcionales a las caídas óhmicas que producirán distintas corrientes secundarias. Las perpendiculares en esos puntos nos permiten encontrar los B, B', B'', etcétera, y por éstos se trazan vectores inclinados, formando con la horizontal el ángulo dado de defasaje. Las longitudes de tales segmentos dan, en la escala de tensiones, los

## CAPÍTULO II

### ENSAYO DE TRANSFORMADORES

Sabiendo ya cómo funciona un transformador, pasaremos a estudiarlo desde el punto de vista técnico. Hay una serie de detalles a considerar, como son sus pérdidas, rendimiento, características generales, caída de tensión, y condiciones en que se halla para prestar servicios, sean ellos continuos o intermitentes. Todas estas cuestiones se determinan analíticamente o mediante ensayos prácticos, y es lógico que el segundo procedimiento será más exacto, porque se funda en hechos reales. El cálculo analítico de las pérdidas, rendimiento, etc., no puede contemplar rigurosamente la dispersión, la influencia de las armónicas de la inducción, y otros detalles de difícil interpretación o evaluación.

Estudiaremos separadamente cada una de las cuestiones propuestas, indicando en cada caso la forma de obtener las magnitudes o valores, y los fundamentos del método en que se basa la medición. Así, se tratará ordenadamente: pérdidas, rendimiento, relación de transformación ideal y efectiva, aislación, temperatura, regulación y característica externa o de carga. Las pérdidas se deben separar en dos clases fundamentalmente distintas, pues una parte se produce en el núcleo de hierro y otra en los bobinados de cobre.

#### PÉRDIDAS EN EL HIERRO

Hay dos causas principales de pérdidas en el hierro, cuando un núcleo de este material está sometido a la acción de campos magnéticos de intensidad variable: son las debidas a la histéresis y a las corrientes parásitas o de Foucault. Las pérdidas por histéresis se deben al fenómeno de saturación y remanencia magnética del hierro, según es sabido, y aparecen toda vez que se hace cambiar el sentido de la imanación en un núcleo. Las pérdidas por corrientes de Foucault se producen porque al estar el núcleo atravesado por un campo magnético variable, se inducirán en él corrientes eléctricas, que encuentran una masa metálica conductora de baja resistencia, circulando por ella y consumiéndose en forma de calor, de acuerdo a la ley de Joule. A fin de comprender fácilmente cómo se evalúan estas dos clases de pérdidas,

las estudiaremos separadamente, pero al tratar los ensayos prácticos, veremos que se miden simultáneamente. Para conocer el rendimiento del transformador no interesa separarlas, pero para estudiar la calidad del núcleo es indispensable conocer la proporción de cada una en la cifra total de pérdidas del transformador.

**PÉRDIDAS POR HISTÉRESIS**

En Electricidad general se estudia el fenómeno de histéresis, y se determina que las pérdidas producidas por él representan una cierta potencia que absorbe el núcleo metálico de todo bobinado sometido a corrientes variables. Es decir, que el trabajo eléctrico gastado en la imanación del núcleo no se invierte totalmente en efecto útil, sino que parte de él se consume en describir el ciclo o lazo de histéresis.

La potencia que absorbe el núcleo es transferida a él por vía electromagnética, es decir que la potencia eléctrica que cubrirá estas pérdidas se transforma en energía magnética y en esa forma se consume. Su magnitud depende en grado sumo del tipo de material del núcleo, de sus dimensiones, de la inducción magnética a que se lo somete y del número de ciclos que se describen en la unidad de tiempo.

Steinmetz estudió diversos materiales magnéticos, casi todos ellos compuestos por hierro puro con agregados como silicio, manganeso, etcétera. El estudio se extendió al acero y la fundición. Posteriormente se ensayaron láminas de acero especialmente preparadas para núcleos de máquinas y transformadores. De todos estos ensayos surgió una fórmula empírica para calcular las pérdidas por histéresis, que es:

$$W = \eta B^{1.6} f 10^{-8}$$

Donde W es la potencia perdida en un Kg de núcleo, dada en Watt. Para calcular la pérdida en todo el núcleo, hay que multiplicar el resultado de la fórmula por el peso total en Kg. O, si se conoce el volumen, dado en dm<sup>3</sup>, se multiplica éste por el peso específico, que puede tomarse igual a 7,8 Kg/dm<sup>3</sup>, y se tiene el peso del núcleo. En la expresión anterior, B es la inducción máxima que atraviesa el núcleo, en Gauss, de modo que si es alternada, se tomará su amplitud; f es la frecuencia en ciclos/seg. El coeficiente  $\eta$  es el llamado *coeficiente de Steinmetz* y depende del tipo de hierro del núcleo. La tabla adjunta da los valores para los hierros más usuales.

*Valores del coeficiente de Steinmetz*

MATERIAL	$\eta$	MATERIAL	$\eta$
Hierro dulce.....	2,5	Acero dulce, 2 % de silicio.....	1,5
Fundición.....	17,0	Acero dulce, 3 % de silicio.....	1,25
Acero fundido.....	15,0	Acero dulce, 4 % de silicio.....	1,0
Acero dulce para máquinas.....	10,0	Laminación dulce.....	3,1
Acero dulce recocido.....	5,8	Laminación delgada.....	3,8
Acero dulce.....	2,7	Laminación ordinaria.....	4,2

Se observa en la tabla la influencia que tendrá el tipo de material elegido en la cifra de pérdidas, pero como en los núcleos no sólo aparecen las pérdidas por histéresis, no se puede elegir el material por este solo detalle, sino que hay que contemplar el efecto de las corrientes parásitas, que como veremos, requieren condiciones distintas.

**PÉRDIDAS POR CORRIENTES PARÁSITAS**

Para estudiar este tipo de pérdidas, veamos cómo se producen. La figura 33 muestra un trozo de chapa de acero de las que forman el núcleo del transformador. Se supone que el espesor de la chapa, indicado con e en la figura, está exagerado notablemente, ya que en la realidad es una fracción de mm. El campo magnético atraviesa la chapa en el sentido indicado en la figura, es decir, recorre la longitud a, con lo que atraviesa una sección neta dada por el producto del espesor e por el alto b. Todas las dimensiones se tomarán en cm, para uniformar.

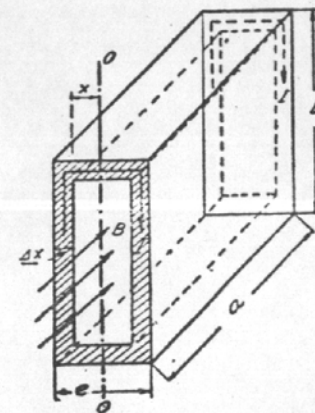


FIG. 33. — Corrientes parásitas inducidas en las chapas del núcleo de hierro.

Debido a la variación de este campo, cuya inducción es B, se inducirá una corriente que circulará envolviendo al campo, en la forma que se indica con I en la figura. Se supone a la chapa formada por capas sucesivas que envuelven al campo magnético. La capa rayada en el croquis tiene espesor  $\Delta x$ , y dista x del eje OO.

El valor de la f.e.m. inducida por la inducción B al variar con frecuencia f ciclos al segundo, y atravesar la sección ya expresada, será según la teoría expuesta en el capítulo I:

$$E = 4,44 f B S 10^{-8}$$

en cuya expresión la sección S debe ser considerada como la que queda dentro de la capa envolvente, es decir, vale:

$$S = 2 x b$$

La resistencia eléctrica de la capa mencionada, rayada en la figura, tiene un valor dado por el producto de la resistividad del hierro, por la longitud recorrida por la corriente, y dividido por la sección que atraviesa la corriente. La longitud puede suponerse igual a 2b, dada la pequeñez del espesor de la chapa, y la sección atravesada por la corriente vale (a  $\Delta x$ ). Luego, la resistencia eléctrica que encuentra la corriente en su camino vale:

$$r = \frac{2 \rho b}{a \Delta x}$$

Ahora las pérdidas ocasionadas por la circulación de esta corriente se pueden calcular por cociente entre el cuadrado de la tensión y la resistencia, es decir:

$$\Delta W = \frac{E^2}{r} = \frac{(4,44 f B 10^{-8})^2 4 x^2 b^2}{\frac{2 \rho b}{a \Delta x}}$$

Donde hemos indicado a las pérdidas con  $\Delta W$ , debido a que se refieren a una capa de finísimo espesor que envuelve a la chapa. Dentro de esta capa hay otra, y otras más adentro, hasta llegar al eje, en que la distancia desde él hasta la capa, es decir  $x$ , vale cero. Luego habría que calcular las pérdidas para cada capa, dando a  $x$  valores comprendidos entre cero y su valor máximo, que es la mitad del espesor  $e$ , de la chapa. Esta operación se resuelve por integración matemática, y se obtiene, después de hacer operaciones: \*)

$$W = \frac{(4,44 f B 10^{-8})^2 b a e^3}{12 \rho}$$

Calculemos ahora el peso de la chapa de la figura 33, para poder determinar las pérdidas por unidad de peso. El peso será igual al volumen por el peso específico

$$P = p_e a e b$$

De manera que dividiendo las pérdidas totales por este peso, se tienen las pérdidas por unidad de peso:

$$W = \frac{(4,44 f B 10^{-8})^2 b a e^3}{12 \rho p_e e a b} \text{ [Watt/unidad de peso]}$$

Ahora hay que hacer algunas aclaraciones. El peso específico del hierro vale  $p_e = 7,8 \text{ Kg/dm}^3$ , de manera que para colocarlo en la fórmula hay que reducir las dimensiones, que están en cm, a dm. La resistividad del hierro puede tomarse como  $9,65 \times 10^{-6} \text{ Ohm-cm}$ . Y el espesor de la chapa,  $e$ , conviene tenerlo en mm, para lo cual hay que dividir por 100, ya que está al

\*) Esta integración se resuelve así:

$$dW = \frac{(4,44 f B 10^{-8})^2 4 x^2 b^2 a dx}{2 \rho b}$$

$$W = \int_0^{\frac{1}{2} e} dW = \frac{(4,44 f B 10^{-8})^2 2 b a}{\rho} \int_0^{\frac{1}{2} e} x^2 dx$$

y la integral que figura al final da:

$$\int_0^{\frac{1}{2} e} x^2 dx = \frac{(\frac{1}{2} e)^3}{3} = \frac{e^3}{24}$$

con lo que se llega a la expresión propuesta en el texto.

cuadrado, como veremos en seguida. Haciendo las operaciones que hemos indicado, resulta, finalmente:

$$W = 2,2 f^2 B^2 e^2 10^{-11} \text{ [W/Kg]}$$

Donde  $f$  es la frecuencia en c/s;  $B$  es la inducción máxima en Gauss y  $e$  es el espesor de la chapa en mm.

La expresión última, y la anterior, nos permiten hacer algunas observaciones interesantes. Vemos que las pérdidas dependen del cuadrado del espesor de la chapa, por cuyo motivo hay especial interés que éste sea lo menor posible. Además, también aparecen al cuadrado la inducción y la frecuencia, por cuya razón estas pérdidas fijan valores límites para la inducción magnética, no permitiendo usar valores elevados. También se deduce que un transformador calculado para una frecuencia dada, se comportará mal a frecuencias mayores. Además, como la resistividad del hierro aparece en el denominador, convendrá elegir hierros malos conductores eléctricos, pero deben ser buenos conductores magnéticos; con esto, la elección puede presentar interesantes alternativas. Pero el factor más importante es el espesor, y en la práctica se llega a emplear chapas de fracciones de milímetro, limitado sólo por razones constructivas.

#### PÉRDIDAS TOTALES EN EL NÚCLEO

Las expresiones vistas anteriormente permiten calcular las pérdidas en el hierro debidas a las dos causas: histéresis y corrientes parásitas. En la práctica interesa casi siempre tener la cifra total, para cálculo de transformadores, y separarlas únicamente cuando se estudia el material del núcleo.

Las pérdidas totales en los núcleos de hierro, pueden calcularse con las fórmulas anteriores, pero resulta más práctico disponer de curvas obtenidas en laboratorios especializados, que suministren las cifras unitarias de pérdidas. Supongamos, por ejemplo, que se desean calcular las pérdidas totales en un núcleo con estas características:

Material: acero al 2 % de silicio — espesor 0,35 mm —  $B = 10000 \text{ Gauss}$  — frecuencia 50 c/s — Se desea la cifra total de pérdidas en Watt/Kg.

Cálculo de las pérdidas por histéresis:

$$W = \eta B^{1,6} f 10^{-8}$$

De la tabla de coeficientes de Steinmetz obtenemos, para el acero al 2 % de silicio un valor igual a 1,5.

La potencia 1,6 de la inducción se obtiene, por logaritmos, multiplicando el logaritmo de  $B$  por 1,6 y buscando el número que corresponde al nuevo logaritmo. Así se llega a:  $B^{1,6} = 2,5 \times 10^6$

$$W = 1,5 \times 2,5 \times 10^6 \times 50 \times 10^{-8} = 1,87 \text{ W/Kg}$$

Cálculo de las pérdidas por corrientes parásitas:

$$W = 2,2 f^2 B^2 e^2 10^{-11}$$

$$W = 2,2 \times (50 \times 10000 \times 0,35)^2 \times 10^{-11} = 0,67 \text{ W/kg}$$

Pérdidas totales en el hierro:

$$W = 1,87 + 0,67 = 2,54 \text{ W/Kg}$$

Y se ve que en cada caso bastará aplicar ambas expresiones, conociendo todos los datos necesarios, para poder calcular la cifra total de pérdidas. En la práctica se prefiere recurrir a las curvas que dan las pérdidas en función de la inducción y que están trazadas para cada espesor de chapa y para cada frecuencia, pues estos dos últimos datos son cifras que no se pueden elegir

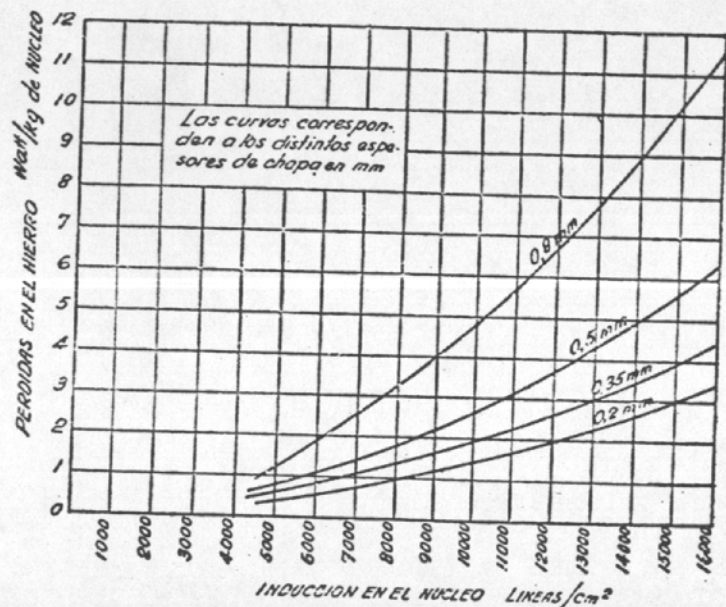


Fig. 34. — Pérdidas totales en el núcleo de hierro del transformador; histéresis y corrientes parásitas para chapas de hierro con 4 % de silicio, a frecuencia 50 ciclos/seg. Las cifras se dan en Watt/Kg.

arbitrariamente, ya que la frecuencia depende de la red de distribución y el espesor de la chapa de la existencia en plaza.

Las figuras 34 y 35 muestran las curvas para dos tipos clásicos de chapas para transformadores. La figura 34 corresponde a chapas de hierro al silicio con 4 % de este mineral, y para espesores de chapas comprendidos entre 0,2 y 0,8 mm. Se nota que para este último espesor las pérdidas crecen mucho, lo que hace a tales chapas inaptas para usos técnicos. La figura 35 da las mismas curvas pero para chapas de hierro con 2 % de silicio. Todas ellas corresponden a una frecuencia de 50 c/s. En abscisas se entra con la cifra de inducción que se tendrá en el núcleo, y en ordenadas se obtiene la cifra total de pérdidas en el hierro, en Watt/Kg de núcleo, según la curva correspondiente al espesor de chapas que debemos utilizar. Para inducciones inferiores a 5000 líneas por cm<sup>2</sup> las pérdidas se hacen sensiblemente iguales para todos los espesores de chapas.

Puede darse el caso que el núcleo deba trabajar en un transformador que estará conectado a una red de distinta frecuencia que 50 c/s, y en tal caso no se pueden usar las dos series de curvas propuestas. Para tales casos, se empleará la figura 36, que da las pérdidas totales para cada valor de la inducción. Se ha tomado como chapa típica la de 0,35 mm de espesor, por ser la más común.

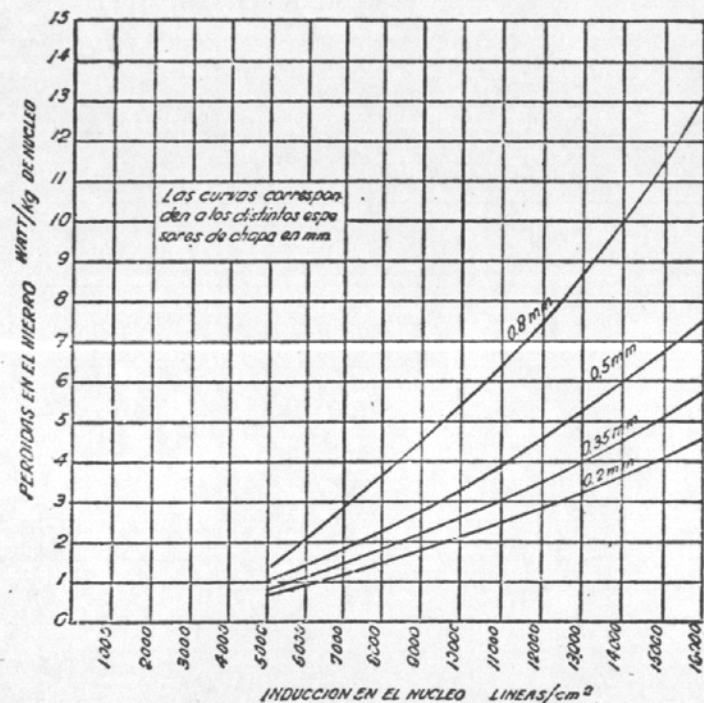


Fig. 35. — Pérdidas totales en el núcleo de hierro del transformador; histéresis y corrientes parásitas para chapas de hierro al 2 % de silicio, a frecuencia 50 ciclos/seg. Las cifras se dan en Watt/Kg.

Cada curva de esta figura corresponde a una frecuencia determinada, y se nota que a medida que aumenta la frecuencia las pérdidas aumentan también, y notablemente.

#### SEPARACIÓN DE PÉRDIDAS EN EL HIERRO

Si se desea apreciar el monto de las pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas, separadamente, hay que proceder a su separación, es decir, a subdividir el total de pérdidas en el hierro en sus dos partes. Para ello obsérvese que las expresiones que dan las dos cifras de pérdidas contienen la frecuencia, pero en las pérdidas por histéresis aparece la frecuencia  $f$ , simplemente, mientras que en las pérdidas por corrientes de Foucault aparece la frecuencia al cuadrado.

Luego, si se dispone de las cifras totales de pérdidas para diversas frecuencias, sea obtenidas en curvas como las de la figura 36, o por medición en la forma que indicaremos más adelante, se pueden dividir esas cifras por la frecuencia, y se representan en un gráfico en función de la frecuencia, según se ve en la figura 37. En abscisas se toman las frecuencias y en ordenadas las

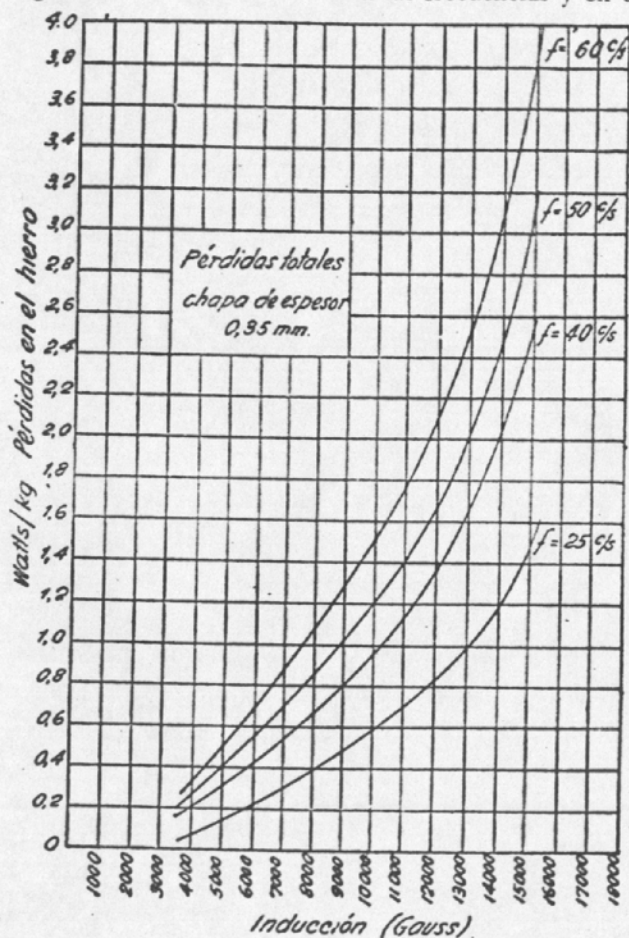


Fig. 36. — Pérdidas totales en el núcleo de hierro del transformador a distintas frecuencias. Corresponden a chapas de 0,35 mm. de espesor, de hierro con 4 % de silicio.

pérdidas totales pero divididas por esas frecuencias. Resultará sensiblemente una recta, si se mantiene la inducción constante. Si la curva se obtiene por ensayo, hay que tener presente que debemos variar paulatinamente la tensión aplicada al transformador, porque en caso contrario variará la inducción al variar la frecuencia. Es decir que, para cada frecuencia, habrá que aplicar una tensión dada por:

$$\frac{E}{E_n} = \frac{f}{f_n}$$

ya que las ff. ee. mm. son proporcionales a las frecuencias. Los valores con subíndice n son los normales para el transformador; por ejemplo 220 Volt y 50 c/s.

Volviendo a la figura 37, vemos que si prolongamos la recta que representa las pérdidas totales divididas por la frecuencia, hasta el eje de ordenadas, obtenemos una magnitud OA, que es interesante, pues trazando por el punto A una horizontal se divide al gráfico en dos zonas. Todas las ordenadas marcadas con la letra h representan la fracción de pérdidas totales debidas a la histéresis y las ordenadas marcadas con la letra f, la fracción debida a las corrientes de Foucault; en efecto, si variando la frecuencia, la fracción h no varía, es porque las pérdidas que le corresponden no dependen de la frecuencia, mientras que para la fracción f, al variar la frecuencia, las pérdidas crecen proporcionalmente. Y si ahora observamos las dos expresiones que dan las pérdidas, pero divididas por f, se tiene:

$$\text{histéresis } \frac{W}{f} = \eta B^{1.6} 10^{-8}$$

$$\text{corrientes de Foucault } \frac{W}{f} = 2,2 B f e^2 10^{-11}$$

Y se nota que, en efecto, las primeras no dependen de la frecuencia y las segundas varían proporcionalmente con ella. Luego, tomando la ordenada total en la figura 37, que corresponda a la frecuencia normal, por ejemplo 50 c/s, las dos partes en que queda dividida por la recta que pasa por A, dan las fracciones que corresponden por histéresis (parte inferior) y por corrientes parásitas (parte superior). Volviendo a multiplicar esas ordenadas, ya divididas, por la frecuencia, se tienen las pérdidas en Watt/Kg correspondientes a una y otra clase.

#### OBTENCIÓN DE LAS PÉRDIDAS POR ENSAYO EN VACÍO

Para determinar la cifra de pérdidas totales en el hierro por ensayo directo, se recurre al ensayo en vacío, indicado en el esquema de la figura 38. Para ello se conecta el primario del transformador a la red de tensión normal  $V_1$  para la cual está construido el transformador. Se conecta un voltímetro, para comprobar esa tensión, un amperímetro, para medir la corriente de vacío, que

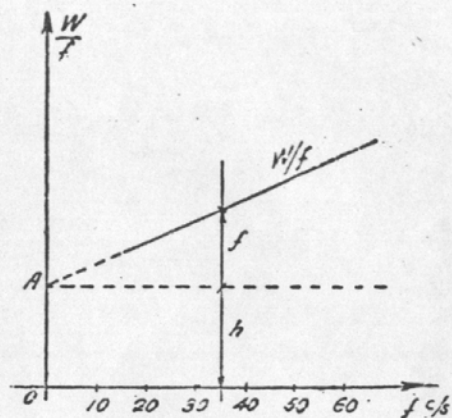


Fig. 37. — Gráfico para la separación de pérdidas por histéresis y por corrientes parásitas en el núcleo de hierro.

servirá para trazar el diagrama vectorial, si se desea, y un wattímetro que indicará las pérdidas, ya que al no extraer potencia útil en el secundario, toda la potencia que toma el transformador de la red, será perdida. Analicemos en qué se invierte esa potencia.

El secundario permanece a circuito abierto, y por ende no puede producirse en él circulación de corriente ni pérdidas en el cobre. De modo que las únicas pérdidas posibles son las del hierro y las del cobre en el bobinado primario. Si observamos el diagrama vectorial del transformador en vacío (figura 10), notaremos que la corriente que circula por el primario es muy reducida y casi igual a la magnetizante normal. De modo que las pérdidas en el hierro serán las mismas, prácticamente, con el transformador en vacío que si se conecta una carga al secundario.

Veamos ahora las pérdidas en el cobre del bobinado primario. Se puede suponer con suficiente aproximación, que la corriente de vacío será un 5 % de la corriente primaria de plena carga, pues en la práctica ella oscila entre el 3 % y el 10 % de la corriente de plena carga. Luego, las pérdidas en el cobre, con respecto a las que se producirán con carga máxima, serán:

$$\frac{W_o}{W_e} = \frac{I_o^2 R_1}{I_1^2 R_1} = \frac{(0,05 I_1)^2 R_1}{I_1^2 R_1} = 0,0025 = 0,25 \%$$

Es decir, que la relación entre las pérdidas en el cobre del primario, trabajando en vacío, y a plena carga, es de 0,25 %. Y como podemos suponer que las pérdidas en el cobre normales en el secundario serán iguales a las del primario, tenemos que la corriente  $I_o$  sólo produce pérdidas que alcanzan a la mitad de la cifra anterior, es decir, 0,125 % de las pérdidas normales en el cobre del transformador.

De lo que antecede se deduce que, siendo las pérdidas en el hierro iguales en vacío y a plena carga, y siendo despreciables las pérdidas en el cobre en tales condiciones, la indicación del wattímetro en el esquema de la figura 38 puede tomarse como cifra total de pérdidas en el hierro del transformador. Además, esa cifra será constante, cualquiera que sea el estado de carga. Luego, el ensayo en vacío permite obtener la potencia perdida en el núcleo, por simple lectura de un wattímetro. Se especifica, desde luego, que la frecuencia y la tensión sean las normales, a fin de que la inducción también lo sea.

A título informativo, y para que se pueda apreciar el orden de cifras que se obtendrá en la práctica, damos la tabla adjunta, que da las pérdidas en el hierro y la corriente de vacío en % de la corriente primaria normal de plena carga, para transformadores de distintas potencias aparentes.

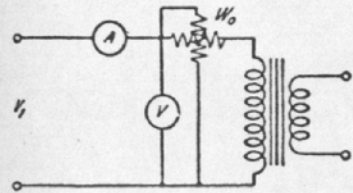


FIG. 38. — Esquema para determinar las pérdidas en el hierro por ensayo en vacío.

### Corriente de vacío y pérdidas en el hierro

Potencia aparente normal K.V.A.	Pérdidas en el hierro (Watt)	Corriente de vacío % de $I_n$	Potencia aparente normal K.V.A.	Pérdidas en el hierro (Watt)	Corriente de vacío % de $I_n$
20	350	11	200	1800	7
30	450	11	250	2100	6
40	550	11	300	2500	6
55	700	10	350	2700	6
75	850	9	500	4000	5
100	1000	8	700	4500	5
150	1400	8	1000	6000	4

Del cuadro sacamos algunas conclusiones: por de pronto, vemos que cuando consideramos despreciable la corriente de vacío en los diagramas vectoriales, estamos cerca de la realidad, pues su vector representativo, frente al de la corriente normal primaria, sería casi invisible. Lo mismo podemos decir de la ecuación de los ampervueltas. El sumando debido a la corriente de vacío pierde importancia frente a los otros dos. Y, finalmente, la columna de pérdidas en el hierro nos permite establecer cifras relativas, y ver cómo se reduce el porcentaje a medida que aumenta la potencia del transformador.

### PÉRDIDAS EN EL COBRE

La circulación de corriente por los dos devanados del transformador ocasiona pérdidas de energía que están regidas por la ley de Joule. Esa energía eléctrica perdida se transforma en calor, igual que las pérdidas en el hierro, de manera que en el estudio térmico habrá que considerar ambos factores de calentamiento.

Las pérdidas en el cobre se expresan como una potencia absorbida de la red por el transformador, potencia que no se recoge en el secundario para el circuito de carga. Cuanto menores sean tales pérdidas, mayor será el rendimiento del transformador.

Pueden calcularse las pérdidas en el cobre simplemente, conociendo las resistencias óhmicas de los dos devanados, y las corrientes circulantes por los mismos. En efecto, de la expresión general de potencia eléctrica, se deduce, para ambos bobinados:

$$w_1 = I_1^2 R_1$$

$$w_2 = I_2^2 R_2$$

que dan las dos potencias, en Watt, perdidas en los dos bobinados, si se toman las corrientes primaria y secundaria en Amper, y las resistencias en Ohm.

Si se tiene en cuenta que la resistencia de un devanado puede expresarse en función de la longitud del alambre, sección del mismo y resistividad, y



que la longitud del conductor empleado en todo el bobinado será igual al largo de la espira media multiplicado por el número de espiras, se tiene:

$$R_1 = \frac{N_1 l_m \rho}{s_1}$$

$$R_2 = \frac{N_2 l_m \rho}{s_2}$$

Y si se reemplaza la sección del conductor por el cociente entre la intensidad de corriente y la densidad, es decir:

$$s = \frac{I}{\delta}$$

que escribiremos para los dos bobinados y colocaremos en las dos expresiones correspondientes, se tiene:

$$R_1 = \frac{N_1 l_m \rho \delta}{I_1}$$

$$R_2 = \frac{N_2 l_m \rho \delta}{I_2}$$

Y si suponemos, con suficiente aproximación, que la densidad de corriente, longitud de la espira y media y resistividad del alambre, son iguales para el devanado primario y para el secundario, dividiendo ambas expresiones entre sí, se pueden simplificar los factores mencionados, quedándonos:

$$\frac{N_1 I_2}{N_2 I_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

Y ahora notemos que el cociente entre los números de espiras primario y secundario es la relación de transformación  $k$ , y que el cociente entre la corriente secundaria y primaria, también valía  $k$ , con suficiente aproximación, de modo que finalmente, resulta que las dos resistencias están en la relación del cuadrado de  $k$ :

$$R_1 = k^2 R_2$$

Con cuya expresión volveremos a las fórmulas primitivas de pérdidas en el cobre en ambos bobinados, pero colocando en lugar de la corriente secundaria, la primaria multiplicando por  $k$ , lo que es formal si se desprecia la corriente de vacío. Tendremos que como  $I_2$  está elevada al cuadrado, la reemplazamos por  $(I_1 k)^2$ :

$$w_1 = I_1^2 R_2 k^2$$

$$w_2 = I_1^2 k^2 R_2$$

Y nos ha resultado que las pérdidas en el cobre son las mismas en ambos bobinados, siempre que se acepten las suposiciones explicadas, a saber: corriente de vacío despreciable con respecto a la normal (puede hacerse ya que van elevadas al cuadrado, y a lo sumo la de vacío es el 10 % de la normal), lon-

gitud de la espira media igual para ambos bobinados (no es exacto en transformadores a núcleo acorazado, pero aproximado en los tipos anillo) y densidad de corriente idéntica en los dos bobinados (se adopta igual en los cálculos).

En virtud de las consideraciones precedentes, bastaría calcular las pérdidas en el cobre para un devanado y multiplicarlas por 2. Para ello, tomemos por ejemplo el primario, cuyo número de espiras es el primer dato que aparece en los cálculos, como se verá más adelante, estimemos su espira media tomada del transformador construido o de su croquis, el valor de la corriente primaria, y la densidad de corriente que resulta del diseño. La resistencia, expresada en función del número de espiras, longitud de la espira media, densidad e intensidad de corriente y resistividad del conductor, ya la escribimos antes, pero hay que tener en cuenta, para este último dato, que debe tomarse la resistividad a la temperatura de trabajo del transformador, que oscila alrededor de los 70° C., como veremos. Luego, la resistividad del cobre a 70° C. es más o menos 0,02, y aplicando la fórmula que ya vimos, se tiene:

$$R_1 = \frac{0,02 N_1 l_m \delta}{I_1}$$

Y multiplicando esta resistencia por el cuadrado de la intensidad, se tienen las pérdidas en un bobinado, y duplicándolas, las totales en el cobre del transformador:

$$W_c = 0,04 N_1 l_m \delta I_1 = 0,04 N_1 l_m s \delta^2$$

Donde  $N_1$  es el número de espiras del bobinado primario;  $l_m$  es la longitud de la espira media del bobinado, en metros;  $s$  es la sección del alambre en  $\text{mm}^2$ ;  $\delta$  es la densidad de corriente en  $\text{A}/\text{mm}^2$ , e  $I_1$  es la corriente primaria en Amper.

#### DETERMINACIÓN DE LAS PÉRDIDAS EN EL COBRE POR ENSAYO EN CORTOCIRCUITO

En el método de Kapp hemos visto cómo se podía determinar la impedancia de pérdidas del transformador por ensayo en cortocircuito, aplicando al primario una tensión reducida. Para ello se empleaba el esquema de la figura 39. Con este ensayo también pueden encontrarse las pérdidas en el cobre, según las siguientes consideraciones:

Si la tensión primaria a aplicar debe reducirse a tal valor como para que el amperímetro conectado entre los dos bornes secundarios indique la corriente normal de plena carga, quiere decir que la tensión a aplicar al primario será aproximadamente igual a la caída total de tensión propia del transformador. En la práctica, puede suponerse, en cifras máximas, que esa caída total es del

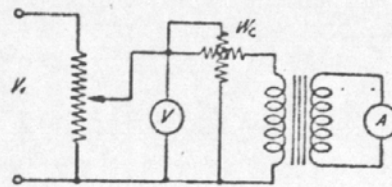


FIG. 39. — Esquema para determinar las pérdidas en el cobre por ensayo en cortocircuito.

orden del 10 %, es decir, que la tensión a aplicar al primario para este ensayo será alrededor de la décima parte de la normal. Luego, podemos suponer que la inducción en el núcleo disminuye también en 10 veces, aproximadamente. Analicemos cómo variarán las pérdidas en el hierro, en estas condiciones.

Las pérdidas por histéresis dependen de la inducción elevada a la potencia 1.6; luego, si la inducción se reduce 10 veces, las pérdidas se reducirán en proporción:

$$(10)^{1.6} \cong 40$$

Y las pérdidas por corrientes de Foucault dependen del cuadrado de la inducción y si ésta se reduce 10 veces, aquéllas se reducirán 100 veces. De esto resulta que las pérdidas en el hierro, con tensión aplicada reducida 10 veces, se reducirán en proporción comprendida entre 40 y 100, digamos unas 70 veces.

De esto resulta que la potencia indicada por el wattímetro que se ve en la figura 39 será casi totalmente igual a las pérdidas en el cobre del transformador, pues las del hierro son despreciables, y las del cobre son las normales, ya que por los bobinados está circulando la corriente normal de plena carga. Si se desea medir las pérdidas en el cobre para distintas cargas que la normal, se varía la tensión primaria leyendo en el amperímetro la carga deseada; la lectura del wattímetro da, en cada caso, las pérdidas totales en el cobre con esa carga. Y se insiste en este detalle, porque mientras que las pérdidas en el hierro dijimos que no dependían de la carga pues eran constantes, las *pérdidas en el cobre dependen en grado sumo de la carga*, ya que son proporcionales a los cuadrados de las intensidades circulantes. Como veremos más adelante, este detalle debe tenerse muy en cuenta en el cálculo de transformadores, pues según sean para trabajo continuo o intermitente, o a carga constante o variable, habrá que estudiar la posibilidad de repartir las pérdidas en el cobre y en el hierro en forma irregular, para conseguir un buen rendimiento económico.

### RELACIÓN DE TRANSFORMACIÓN

Este ensayo es previo a todos los demás en los transformadores de características desconocidas, pues muchas veces se ignora cuál es la f.e.m. secundaria, por no disponer de los datos de fábrica. Si se trata de un transformador del cual se conocen todos los datos, puede realizarse la medición de la relación de transformación en cualquier orden con respecto a los demás ensayos.

Hemos visto que la corriente de vacío es muy pequeña con respecto a la de carga normal, de manera que las caídas de tensión que produce serán de orden secundario comparadas con las que suceden cuando hay carga. Por otra parte, las caídas con la corriente de carga son también cifras reducidas en un transformador bien diseñado, de modo que se puede suponer con suficiente exactitud que, si se deja el secundario abierto, la tensión aplicada al primario es igual a la f.e.m. inducida en este devanado. Para tener una idea de la magnitud del error que se comete al hacer tal apreciación, supongamos que la

corriente de vacío sea un 10 % de la normal de carga máxima, lo que ya es atribuirle un valor elevado. Luego, la caída de tensión que produce esa corriente de vacío será más o menos la décima parte de la caída en el primario a plena carga. Ahora bien, si suponemos que la caída total de tensión en el transformador es de un 10 % de la tensión aplicada, que es una cifra exagerada, podemos asignar la mitad de tal caída al bobinado primario, con lo que se tendría que la corriente máxima produce un 5 % de caída de tensión en el primario. Y la corriente de vacío producirá el 10 % de esa cifra, que resulta entonces:

$$0,05 \times 0,1 = 0,005 = 0,5 \%$$

que es absolutamente despreciable por dos razones: en primer lugar, es un valor que hemos exagerado intencionalmente, y en segundo lugar, cae dentro del error común en la indicación de los voltímetros de corriente alternada. Luego, puede despreciarse la caída de tensión que se produce en el primario por circulación de la corriente de vacío.

De acuerdo con ello, si conectamos dos voltímetros como se indica en la figura 40, nos indicarán la tensión en los bornes del primario, que es la de la red, y la tensión en los bornes del secundario, a circuito abierto, pues el consumo del voltímetro es absolutamente despreciable, comparado con la corriente normal del secundario. Desde luego que, en transformadores de corriente secundaria muy reducida, hay que elegir convenientemente el voltímetro a utilizar, de modo que tenga elevada resistencia interna.

Al no haber, prácticamente, caídas de tensión en ninguno de los dos devanados, puede suponerse iguales a las tensiones y las f.e.e.m.n., con lo que el cociente de las indicaciones de los voltímetros será igual a la relación de transformación:

$$k = \frac{V_1}{V_2}$$

Haciendo notar que se suele especificar siempre el valor de  $k$  como cociente entre la tensión aplicada al transformador y la que se obtiene en el otro devanado, no interesando cuál de ellas es mayor. Esto se apoya en el criterio que fija la denominación de *primario* al devanado que se conecta a la red de la que se extrae energía, y *secundario* es el devanado al cual se conecta la carga. Según la tensión primaria sea menor o mayor que la secundaria, se puede denominar al transformador como elevador o reductor de tensión, respectivamente.

Al valor de  $k$  obtenido por el cociente anterior, se le llama relación de transformación *ideal*, *teórica* o propiamente dicha, y no debe confundirse con la relación de transformación *real*, que es el cociente de las tensiones primaria

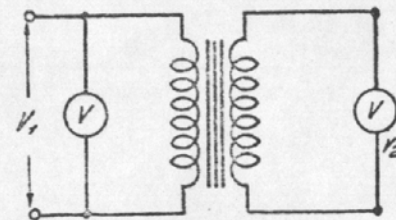


FIG. 40. —Esquema para determinar la relación de transformación.

y secundaria, pero tomadas a plena carga. Este último valor resultará siempre mayor que el teórico o ideal, debido a que si bien la tensión primaria es la misma, la secundaria es menor cuando hay carga. En la práctica se evita la confusión, indicando expresamente en la denominación de *k*, la palabra *real*, cuando se refiere al cociente entre las dos tensiones bajo carga. Si no se indica aclaración alguna, es porque se trata de la relación de transformación teórica o ideal, cociente entre las dos f.e.e.mm. o entre las respectivas tensiones en vacío.

A primera vista podría parecer que la relación de transformación puede medirse aplicando al primario cualquier tensión, ya que la f.e.m. que se inducirá en el secundario dependerá de ella. Sin embargo, se especifica que para esta medición la tensión aplicada al primario debe ser la normal, y ello por la siguiente razón: la f.e.m. inducida en cada devanado depende directamente del valor de la inducción magnética en el núcleo, y ésta, a su vez, depende de la corriente magnetizante, pero no en forma lineal sino que sigue la curva de imanación o saturación del núcleo utilizado. Si se aumenta o disminuye la tensión aplicada al primario, variará la corriente magnetizante, y como la curva de saturación (fig. 15) no es una recta, la inducción no experimentará una variación proporcional.

El efecto de la saturación o del debilitamiento de la inducción afecta a ambas f.e.e.mm. primaria y secundaria, pero sólo percibiremos la secundaria que está acusada por el voltímetro, puesto que la primaria la suponemos igual a la tensión de la red, en esta medición. Luego resulta que el valor leído en el voltímetro del secundario corresponderá a la f.e.m. afectada, mientras que la lectura en el voltímetro primario no contempla esa circunstancia. Si se aplica al primario la tensión para la cual fué calculado, la inducción en el núcleo tomará el valor previsto por el fabricante, y la f.e.m. secundaria será la normal.

### VERIFICACIÓN DEL AISLAMIENTO

Los conductores que forman los dos o más bobinados que tenga el transformador deben estar bien aislados entre sí y con respecto al núcleo y caja metálica que contiene al conjunto. Si la aislación entre espiras o capas del bobinado es defectuosa, se altera la relación de transformación real y la regulación del transformador; si ese defecto es un cortocircuito franco entre espiras o grupos, también se altera la relación de transformación teórica. Todos estos detalles son revelados por el ensayo de las respectivas relaciones o por el de la regulación.

Pero si la aislación entre el bobinado y la masa, o entre ambos bobinados es defectuosa, las mediciones recién mencionadas pueden acusar valores correctos, y el defecto se traduce en pérdidas de corriente a masa, peligro para el usuario, etc. Por ello conviene verificar el estado del aislamiento al estudiar la recepción de un transformador.

La medición de la resistencia de aislación se efectúa en la forma conocida

y que se estudia en Electricidad. Un voltímetro de alta resistencia interna puede servir, o más correctamente, un megóhmetro o indicador directo de altas resistencias. Como lo que interesa es la aislación entre todo el devanado y la masa metálica, conviene uniformar el potencial en toda la bobina, por lo que se la conecta en cortocircuito, tanto el primario como el secundario, según se ve en la figura 41. La medición debe hacerse entre los puntos 1 y 2, entre los 1 y 3 y entre los 2 y 3, para verificar el estado entre cada bobinado y masa y entre ambos bobinados.

Para medir correctamente el aislamiento debe emplearse una tensión que en ningún caso sea inferior a la normal de servicio, pues los defectos que aparecen cuando se aplica tal tensión pueden no aparecer con tensiones más bajas. Hay normas que especifican cuáles deben ser las tensiones para estas pruebas, y ellas indican lo siguiente: La tensión usada para la prueba de aislación debe ser, siendo *U* la tensión normal:

En transformadores hasta 10000 V:

$$3.25 U$$

En transformadores para más de 10000 V:

$$15000 + 1,75 U$$

Es decir que la tensión de prueba será más de tres veces mayor que la normal de servicio en transformadores hasta 10000 Volt de servicio, y tendrá un valor igual a 1,75 veces la de servicio más 15000 Volt en los que trabajen normalmente a mayor tensión que 10000 Volt.

La prueba de aislación suele acompañarse de otra que indique el estado interior de las bobinas. Para ello se aplicará al transformador con secundario abierto una tensión doble que la normal durante cinco minutos, según las mismas normas citadas anteriormente. Con esto se duplica la tensión entre espiras y entre capas y si hay una deficiencia en la aislación, se revelará de inmediato.

Las mismas normas especifican que todas las pruebas deben hacerse con tensiones alternadas, para que las condiciones de trabajo del bobinado, en lo que se refieren a su aislamiento y corriente de fuga, sean las mismas que las normales.

Se especifica que la corriente de fuga durante las pruebas de aislamiento no debe ser superior a 1 mA, es decir, que la aislación mínima que debe presentar cada bobinado contra la masa o entre ellos debe ser de 1000 Ohm por cada Volt de tensión aplicada. Por ejemplo, en transformadores probados con 1000 Volt, la resistencia mínima de aislamiento debe ser de 1 Megohm. La duración mínima del ensayo es de un minuto.

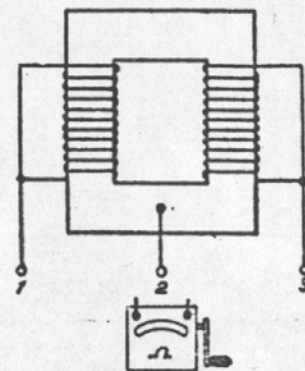


FIG. 41. — Esquema para medir la resistencia de aislación de los bobinados.

## TEMPERATURA DE TRABAJO

Las pérdidas en el cobre y en el hierro se transforman en calor, según se ha dicho. Por esta razón, los bobinados y el núcleo adquieren, durante el funcionamiento, una temperatura superior a la del ambiente. El cálculo de las distintas partes que componen el transformador debe contemplar esta elevación de temperatura, para evitar que se dañen los materiales aislantes, el aceite que puede contener la caja, y para prevenir otros efectos de las temperaturas excesivas.

Durante el funcionamiento, puede suceder que la elevación de temperatura sea mayor que la prevista en el diseño, por lo que debe ser verificada. Hay tres partes cuya temperatura interesa determinar: los bobinados, el núcleo y el aceite en que está sumergido el conjunto. En transformadores al aire, sin aceite, la última parte desaparece de las especificaciones.

Si la temperatura del aceite es la correcta, pero la del núcleo es excesiva, es porque la superficie de contacto entre ambos elementos es insuficiente. Si la del aceite es excesiva, se trata de insuficiente superficie externa de irradiación. Y si la temperatura de los bobinados es excesiva, puede deberse a sección insuficiente, a sobrecargas, o a superficie de enfriamiento de los mismos menor que la necesaria. No contemplaremos aquí los medios de corregir los inconvenientes mencionados, por corresponder al capítulo de diseño.

Las normas especifican las temperaturas límites o el exceso de temperatura sobre el ambiente, tolerados para cada tipo de material usado en la construcción de transformadores, pues es evidente que si el material aislador es papel, tela, algodón, etcétera, variarán las temperaturas admisibles por los mismos. La tabla adjunta da los dos límites mencionados.

Temperaturas máximas para transformadores

PARTES DEL TRANSFORMADOR	Temperatura límite °C	Exceso sobre el ambiente °C
Bobinados con aislación de papel, algodón o seda sin impregnar . . . . .	85	50
Los mismos materiales, pero impregnados . . . . .	95	60
Los mismos materiales, pero sumergidos en aceite . . . . .	105	70
Bobinados con aislación de mica o amianto . . . . .	115	80
Bobinados con aislación de porcelana u otros materiales refractarios . . . . .	120	85
Bobinados desnudos en una sola capa . . . . .	120	85
Núcleos de hierro, al aire . . . . .	95	60
Núcleos de hierro, en aceite . . . . .	105	70
Aceite, en su capa superior . . . . .	95	60

Observando la tabla, se notará que la diferencia entre las temperaturas de las dos columnas es de 35°C., que es la temperatura máxima normal del ambiente, en cifras convencionales, de modo que si la temperatura del ambiente

es menor, se tomará como límite el exceso sobre el ambiente, y si es mayor, el límite es la que se da en la otra columna.

Para medir las temperaturas, hay que distinguir dos casos: cuando se pueden medir con termómetro, y cuando esa medición es imposible o imprecisa. Los núcleos y el aceite en que están sumergidos (si el transformador lo tiene) permiten hacer la medición con termómetros, pero en los bobinados tal medida sería imprecisa, pues la aislación lo impide en parte, además de que en las capas más profundas la temperatura seguramente es superior a la que hay en las capas superficiales. Por este motivo, la temperatura de los devanados se determina en función de la variación de resistencia óhmica que acusan. Nos detendremos en este detalle, por ser de interés.

La resistencia de los bobinados de un transformador, por estar hechos de cobre, aumenta con la temperatura, en proporción conocida (0,004 Ohm por Ohm y por °C). Luego, si llamamos  $R_a$  a la resistencia que tienen cuando están a la temperatura del ambiente, y  $R$  a la que adquieren a la temperatura de trabajo, se sabe que entre esas dos resistencias se cumple la siguiente proporción:

$$R = R_a [1 + 0,004 (t - t_a)]$$

donde  $t_a$  es la temperatura del ambiente y  $t$  es la de trabajo, cuando el transformador soporta la carga. De la ecuación anterior se deduce fácilmente:

$$t = \frac{R - R_a}{0,004 R_a} + t_a$$

Supongamos, como ejemplo de aplicación de esta última fórmula, que se mide la resistencia de un bobinado de un transformador, antes de conectarlo, y acusa 6,5 Ohm; después de conectado y estando cargado un tiempo prudencial, se le desconecta, y se mide inmediatamente su resistencia, resultando 7,8 Ohm. La temperatura del ambiente es de 15°C. Aplicando la fórmula anterior se obtiene la temperatura del bobinado en el momento de ser desconectado el transformador:

$$t = \frac{7,8 - 6,5}{0,004 \times 6,5} + 15 = 35^\circ\text{C}$$

De modo que resulta simple determinar la temperatura de un bobinado, pero hay que aclarar que la resistencia del mismo, en la práctica, resulta casi siempre un valor muy pequeño, fracciones de Ohm, salvo que se trate de transformadores de muy reducida potencia. Resulta entonces engorroso medir la resistencia con los métodos comunes, y conviene recurrir al *punteo de Hockin y Matthiesen*, cuyo esquema se ve en la figura 42.

Este puente consiste en una aplicación de las medidas por compensación, apropiada para medir resistencias muy pequeñas. También serviría un puente doble de Thompson, pero el que proponemos es de más fácil manejo y aplicación. Consta de un hilo conductor H J, de sección calibrada, a cuyos extremos se conecta una fuente de baja tensión constante. Entre los bornes 1 y 2 se conecta una resistencia patrón  $R_p$ , de valor exacto, conocido, y si

es posible del orden de la resistencia a medir, que es la  $R_x$  del bobinado en estudio. El galvanómetro está conectado a una selectora de cuatro posiciones, y tiene un contacto deslizante sobre el hilo H J. El proceso es el siguiente:

Con el galvanómetro conectado al punto 1, el cursor se va corriendo sobre el hilo hasta encontrar un punto A, cuyo potencial sea igual al del punto 1, lo que se sabe porque en tal caso la aguja del aparato queda en cero. Luego se corre la selectora al punto 2, y se busca un nuevo punto para el cursor, el B, de igual potencial que el 2, que hace que otra vez la aguja quede en cero. Corriendo la selectora a 3, el cursor se correrá hasta encontrar el punto C de equilibrio, y corriéndola al 4, la indicación nula de la aguja se producirá para un punto D, sobre el hilo.

Como los puntos en el hilo se han marcado cuando el galvanómetro indicaba cero, es evidente que los cables de conexión no tienen influencia, por no estar recorridos por

FIG. 42. — Esquema para medir las resistencias de los bobinados con el puente de Hockin y Matthiesen.

corriente en esos momentos. Los cables que unen los puntos H-1, 2-3 y 4-J conducen corriente, pero su influencia equivale a los tramos de hilo HA, BC y DJ respectivamente, de modo que si se consideran los tramos AB y CD se elimina la influencia de los cables de conexión. Las resistencias de contacto también pierden influencia por el hecho de que se hacen lecturas a corriente nula.

Es evidente que si los potenciales de los puntos A, B, C y D son respectivamente iguales a los de los 1, 2, 3 y 4, serán iguales las diferencias de potencial:

$$E_{A-B} = E_{1-2}$$

$$E_{C-D} = E_{3-4}$$

Y como la corriente en el hilo es  $i$  y en la rama inferior es  $I$ , y el galvanómetro no tomaba corriente en el momento de hacer lecturas, esas caídas de potencial serán iguales a los productos de las intensidades por las resistencias. Llamaremos  $R_1$  y  $R_2$  a las resistencias de los tramos A-B y C-D del hilo, respectivamente:

$$i R_1 = I R_p$$

$$i R_2 = I R_x$$

Y dividiendo esas dos ecuaciones entre sí se eliminan las corrientes iguales, quedando las relaciones entre las resistencias. La relación entre las resistencias de los dos tramos AB y CD del hilo puede ser substituida por la de las

longitudes  $l_1$  y  $l_2$  indicadas en la figura, ya que si el hilo es calibrado, su resistencia es directamente proporcional a su longitud. Luego, resulta, de lo dicho:

$$R_x = \frac{R_p l_2}{l_1}$$

Es decir, que la resistencia del bobinado está dada en función de cantidades conocidas: las dos longitudes del hilo entre puntos A-B y C-D y la resistencia patrón.

La medición de las resistencias de los bobinados se hará en frío y en caliente, es decir, antes de conectar el transformador e inmediatamente a su desconexión, después de haber trabajado con carga normal.

### REGULACIÓN Y CARACTERÍSTICA DE CARGA

Sabemos que la regulación es la caída porcentual relativa de tensión a plena carga. Luego, primero debe medirse la caída de tensión y después se la referirá, por simple cociente, a la tensión secundaria normal de plena carga. Y recordemos, además, que había que referir todas las tensiones al primario. La referencia se hace multiplicando las tensiones secundarias por la relación de transformación  $k$ , y la regulación resulta:

$$r = \frac{V_1 - k V_2}{k V_2}$$

donde las tensiones secundarias se miden a plena carga, y la regulación se puede dar en % con sólo multiplicar por 100 el resultado de la fórmula última.

El ensayo de regulación puede hacerse solo, o acompañado de la obtención de la característica de carga del transformador. El esquema es el de la figura 43, donde el amperímetro y el wattímetro se conectarán si se desea tomar también los datos para hallar el rendimiento y la caída de tensión a distintas cargas.

Cuando el amperímetro indica la carga plena, se leen los voltímetros primario y secundario, y se llevan los valores a la fórmula que da la regulación. Suponemos que ya se conoce la relación de transformación, por medición anterior. Si se hace variar la carga por medio del cursor de la impedancia variable conectada en el secundario, y se leen los valores del amperímetro y voltímetro secundarios, se puede trazar la curva que da la tensión bajo distintas cargas, que ya fué descrita (fig. 32). El wattímetro permite determinar el factor de potencia para cada estado de carga, por el cociente:

$$\cos \varphi = \frac{W}{V_p I_p}$$

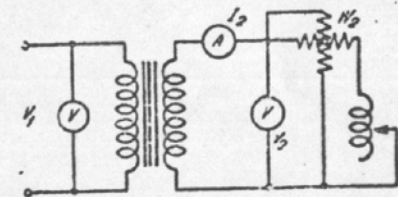


FIG. 43. — Esquema para el levantamiento de las características de carga.

De modo que se pueden obtener la regulación y la característica de carga para valores dados del defasaje de la carga. La impedancia conectada en el secundario será de carácter óhmico, inductivo o capacitivo, según el caso.

### RENDIMIENTO DEL TRANSFORMADOR

El cociente entre la potencia obtenida en el secundario, en el circuito de carga, y la que absorbe el transformador de la red, es el rendimiento. Parecería que si se conectan dos wattímetros, uno en cada bobinado, y se hace el cociente entre sus lecturas, se puede calcular el rendimiento directamente, pero no es así. La razón está en que los transformadores bien diseñados tienen rendimientos muy elevados, superiores al 90 % en todos los casos, y el error de indicación y de lectura en ambos wattímetros cae dentro del orden de las diferencias entre las potencias absorbidas y entregada por el transformador. Es decir que, si se utilizan aparatos de medida de error tolerado 1 %, lo que no es exagerado, y el transformador tiene un rendimiento de 98 %, puede obtenerse igual indicación de ambos wattímetros, pues basta para ello que uno adelante y el otro atrase 1 %; esto se interpretaría como que el rendimiento es 100 %, lo que es ilógico.

Por estos motivos, la determinación del rendimiento se hace en forma indirecta, estimando las pérdidas por separado y la potencia útil entregada al circuito de carga. Para ello, supongamos que esta última vale:

$$W = V_2 I_2 \cos \varphi$$

es decir, que la potencia absorbida por el circuito de carga conectado al secundario es igual al producto de la tensión en esos bornes, por la corriente que circula, por el factor de potencia respectivo. Esa potencia puede medirse usando el esquema de la figura 43, en el cual el wattímetro la indicará directamente.

Ahora bien, las pérdidas que tiene el transformador son las del cobre y las del hierro, que ya sabemos cómo medirlas mediante un ensayo en corto-circuito y otro en vacío, respectivamente. Llamémoslas  $P_c$  y  $P_r$ . Si sumamos a la potencia que hemos obtenido en el secundario, las pérdidas totales, obtendremos lógicamente la potencia que debe absorber el transformador de la red, es decir:

$$W_t = W + P_c + P_r$$

Y como hemos dicho que el rendimiento es el cociente entre la potencia útil y la total absorbida, tendremos:

$$\eta = \frac{W}{W + P_c + P_r}$$

Donde todos los valores se expresarán en Watt y el rendimiento se puede obtener en % con sólo multiplicar el resultado por 100.

Si se hacen mediciones de potencia secundaria para distintos estados de carga y se calculan las pérdidas para esos mismos estados (las del hierro son constantes pero las del cobre son variables con la carga), se puede obtener el valor del rendimiento para distintas cargas, y con esos valores se traza una curva que da su variación en función de la carga.

## CAPÍTULO III

## TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

La razón de emplear instalaciones trifásicas ya es conocida, de modo que queda justificada plenamente (ver cualquier Tratado de Electricidad). Cuando la red debe tener transformadores reductores o elevadores, se presenta el dilema de estudiar la conveniencia de instalar tres transformadores monofásicos o uno trifásico. Hay características de ambas soluciones que están reñidas, como la del costo y la de eficiencia, de modo que habrá que tratar el punto con algún detalle. En efecto, veremos que el transformador trifásico es más económico desde el punto de vista constructivo, especialmente en lo que atañe al núcleo, pero presenta problemas de refrigeración y aislación que son más simples en los monofásicos. En la práctica se emplean los trifásicos hasta ciertos límites de potencias y tensiones, pasados los cuales se recurre a tres transformadores monofásicos iguales.

## CARACTERÍSTICAS GENERALES

El transformador trifásico debe suministrar tres tensiones iguales y defasadas de  $120^\circ$  eléctricos entre sí, por lo que tendrá tres bobinados iguales, a conectar a la red primaria, trifásica, y tres bobinados secundarios iguales, a los que se conectará el circuito de carga, también trifásico. Esto exige que se disponga de un núcleo de hierro de tres ramas, de ser posible iguales.

Hay dos tipos clásicos de núcleos trifásicos: el de núcleos en un plano y el simétrico, de núcleos dispuestos a  $120^\circ$ . La figura 44 muestra una vista esquemática del primer tipo, que tiene aspecto similar al núcleo acorazado de los transformadores monofásicos, sólo que la sección transversal de cada rama es la misma, mientras que en los monofásicos los costados tienen la mitad de sección. La figura 45 muestra una vista superior esquemática del núcleo simétrico, con tres secciones iguales dispuestas a  $120^\circ$ , y con culatas que cierran el circuito magnético general.

De inmediato se puede apreciar que el tipo anillo (fig. 44) será más económico y más simple que el simétrico, pero tiene algunos inconvenientes que conoceremos más adelante. Para potencias no muy grandes se emplea el

anillo, y para transformadores muy grandes, de servicio con altas tensiones, el tipo simétrico. Si se superan las tensiones límites de 50000 Volt, ya conviene emplear tres transformadores monofásicos independientes, pese a que se tienen así tres cajas y mayor número de aisladores y terminales; la conveniencia está en la posibilidad de refrigerar mejor los tres transformadores separados, lo que permite utilizar densidades mayores, y llegar a cifras más altas de rendimiento, aunque el costo sea más elevado.

Hay otro detalle a tener en cuenta y se refiere al servicio en redes de distribución. Si tenemos transformadores trifásicos, debemos tener uno de repuesto, para los casos de reparación del principal. Si se emplean monofásicos, en número de tres, bastará uno más como repuesto. Pero, hay que tener en cuenta que el transformador de repuesto suele ser empleado en paralelo con

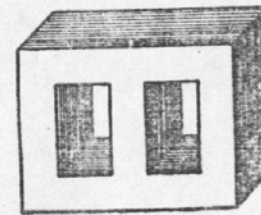


FIG. 44. — Núcleo en anillo para transformadores trifásicos.

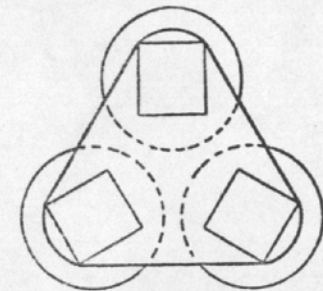


FIG. 45. — Núcleo simétrico para transformadores trifásicos.

el principal en las horas de mayor carga; si es trifásico, se conectará en paralelo con el principal y presta el servicio previsto. Si tenemos un repuesto monofásico para los tres transformadores monofásicos, no se podrá hacer ese paralelo, porque no se trata de reforzar una sola rama de la red, sino las tres. Este detalle también permite separar los casos en que se emplea uno u otro criterio. En instalaciones grandes, siempre se dispone de muchos transformadores, y se podrá trabajar en paralelo con cualquier número de ellos que se necesite, mientras que en instalaciones de menor potencia se tienen las unidades estrictamente necesarias, incluyendo la reserva.

Una diferencia que puede apreciarse si se observan los núcleos de las figuras 44 y 45, es que en el tipo simétrico, las líneas de fuerza magnéticas se reparten en las culatas siguiendo las tres ramas, para volver a unirse en la otra culata. Dada la perfecta simetría constructiva, el potencial magnético de las culatas es nulo, y las mismas pueden tener una sección reducida. En el tipo anillo (fig. 44) no pasa lo mismo, pues la rama central reparte su flujo en las dos laterales, mientras que las laterales cierran su recorrido magnético por la central únicamente. Esto acarrea una disimetría magnética que estudiaremos más adelante en detalle, porque, si bien no tiene efectos serios, hay que tenerla en cuenta para ciertos ensayos. Dado que en la mayor parte de los casos prácticos se busca la simplicidad constructiva y la economía de hierro, el tipo más empleado es el anillo de la figura 44.

## COMPARACIÓN DE NÚCLEOS MONOFÁSICOS Y TRIFÁSICOS

En la figura 46 se representa un núcleo trifásico en anillo, y se ha dejado sin rayar la parte que corresponde a una sola fase del trifásico. Se ve que agregando la parte rayada, desde la línea *aa* hacia la derecha, se completa el núcleo trifásico. Parecería que un núcleo para el triple de potencia es menor que el doble del monofásico similar. En efecto, en primera consideración, si tenemos tres transformadores monofásicos de potencia *W*, para tener una red trifásica necesitamos tres veces esa potencia, o sea  $3W$ . Luego los tres núcleos tendrán un volumen tres veces mayor al de uno solo, ya que son iguales.

Agreguemos la parte rayada a un núcleo monofásico, y obtenemos uno

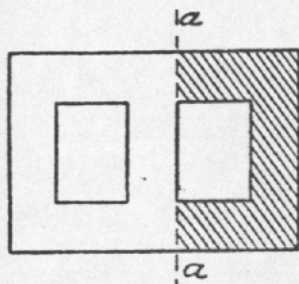


FIG. 46. — Demostración del agregado necesario a un núcleo monofásico para convertirlo en trifásico.

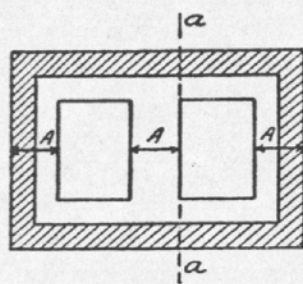


FIG. 47. — Demostración de la parte a agregar a un núcleo monofásico acorazado para convertirlo en trifásico.

trifásico, con cuya sección magnética se puede disponer de la misma potencia en cada rama, y en total se tendrá una potencia  $3W$ , pero el núcleo no tiene tres veces el volumen inicial, sino que es menor que el doble.

Pero hay que considerar el problema más a fondo, pues en las ventanas deben poderse pasar doble número de conductores, ya que tendremos dos bobinados abrazando cada rama del núcleo. Luego se aumenta la longitud magnética, y con ello la reluctancia y el volumen. Resulta así que el volumen necesario es algo mayor del doble del que tenía un núcleo monofásico. En la práctica, se necesita un volumen que es dos veces y cuarto el de un núcleo monofásico, de modo que si relacionamos este volumen necesario con el de tres transformadores iguales, se tiene:

$$\frac{2,25 v}{3 v} = 0,75$$

Es decir, que el volumen de núcleo necesario es, sólo el 75 % del que necesitan tres transformadores monofásicos para rendir igual potencia. Luego, en el transformador trifásico se economiza un 25 % de núcleo, lo que ya es suficiente para adoptarlo.

En la práctica no se alcanza siempre esa cifra en la economía del núcleo, pero siempre se tienen cifras del orden de un 20 %; suficientes para justi-

ficar la divulgación que han alcanzado los trifásicos en las redes trifásicas, en lugar de emplear tres monofásicos independientes.

Veamos ahora la figura 47, que muestra el mismo núcleo trifásico en anillo, pero obtenido de uno monofásico acorazado, para lo cual hay que agregarle la parte rayada; eso es evidente, porque en el núcleo monofásico las dos ramas laterales y las cabezas tienen la mitad del ancho de la rama central, *A*, indicado en la figura. Si se agrega a las ramas laterales un espesor igual al que tienen, se consigue el mismo ancho *A*, según vemos en la figura.

Analizando la parte agregada, a fin de compararla con la que teníamos en la figura 46, vemos que la parte rayada a la izquierda de la recta *aa*, es la que falta en este núcleo, comparado con el de la figura 46, y que la parte blanca a la derecha de esa línea es la disponible de más, con respecto a esa figura. La diferencia entre las dos franjas citadas es lo que tenemos que agregar de más en este caso, y se ve que no es mucho, pues la parte más voluminosa es el núcleo o ramas verticales, dado que las ventanas son siempre rectangulares, de mayor dimensión en sentido vertical.

Resulta así que, si bien la economía que se obtiene empleando un núcleo trifásico con respecto a tres monofásicos en anillo parece menor, no lo es tanto, porque en primer lugar, tenemos que la diferencia se reduce si se considera la forma que tienen usualmente los núcleos, y en segundo lugar, porque el núcleo monofásico en anillo se emplea, más por requerir menos volumen de hierro, lo cual puede deducirse observando atentamente las figuras 46 y 47.

## ESTUDIO DEL NÚCLEO TRIFÁSICO EN ANILLO

Hemos dicho al principio de este capítulo que había una diferencia funcional entre el núcleo simétrico y el asimétrico o tipo anillo. La diferencia es debida a que las reluctancias magnéticas que encuentran las líneas del campo en su recorrido es distinta para las fases laterales que para la central, en el núcleo anillo, mientras que en el simétrico no hay tal diferencia.

Un sistema trifásico de tensiones está formado por la combinación de tres ramas monofásicas, de tal modo que la suma vectorial instantánea de los tres vectores representativos de las tensiones es nula, según se estudia en electricidad. Si representamos los tres vectores de una red trifásica normal, los dibujamos a  $120^\circ$  eléctricos uno de otro, y los sumamos por la regla del paralelogramo, se obtiene una resultante nula. Ello es cierto siempre que el sistema sea simétrico, como sucede con bastante aproximación en la práctica.

Los flujos en cada rama del núcleo del transformador están producidos por las corrientes magnetizantes, y éstas se deben a la aplicación de las tensiones a cada bobinado primario, luego tendremos que habrá tres flujos defasados entre sí de  $120^\circ$  eléctricos, cuya suma vectorial instantánea debe dar cero. Lo mismo podemos decir de las fuerzas magneto-motrices; ellas forman un sistema vectorial, defasadas entre sí de  $120^\circ$ , de modo que su



suma vectorial instantánea es nula. Y siempre se trata de magnitudes alternadas, tanto en lo que respecta al flujo, a la corriente magnetizante, y a la fuerza magneto-motriz, que es proporcional a la corriente magnetizante.

En un núcleo simétrico, como el que vimos en la figura 45, el funcionamiento se cumple de acuerdo con lo dicho, y tendremos en cada rama el mismo flujo, y en las culatas, donde se obtiene la suma instantánea de los tres, no hay f.e.m. ni flujo en ningún instante, ya que la suma instantánea debe dar cero, cualquiera que sea ese instante con respecto a los valores que se tienen durante el ciclo.

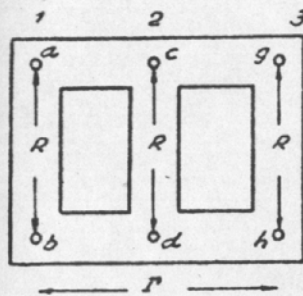


Fig. 48. — Indicación de las reluctancias magnéticas en un núcleo trifásico.

Pero veamos lo que sucede con un núcleo del tipo anillo, o asimétrico, según el dibujo que hacemos nuevamente en la figura 48, para poder indicar algunos datos de interés. Consideramos a las partes del núcleo comprendidas entre los puntos *a-b*, *c-d* y *g-h* como ramas pertenecientes a cada fase, o ramas del núcleo. Las zonas comprendidas entre *a* y *g* y entre *b* y *h* son las culatas, e influirán en forma distinta para cada rama. La reluctancia magnética de cada rama la indicamos con *R*, y suponemos que son las tres iguales,

lo que es cierto; la reluctancia de cada culata la llamamos *r*, y hay dos iguales, la superior y la inferior. Los puntos de concurrencia de los tres flujos son: el *c* para la parte superior y el *d* para la parte inferior. Luego, las ff.mm.mm. comprendidas entre esos dos puntos, y correspondientes a cada una de las tres ramas, deben sumarse. Cada f.m.m. está dada por el producto del flujo y la reluctancia magnética, según sabemos, con lo que se tiene, considerando el orden de las ramas indicado en la figura:

$$\text{Reluctancia rama 1: } R + \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}r = R + r$$

$$\text{Reluctancia rama 2: } R$$

$$\text{Reluctancia rama 3: } R + \frac{1}{2}r + \frac{1}{2}r = R + r$$

Que resultan distintas, pues la rama primera y tercera tienen mayor reluctancia magnética que la rama central o N° 2. Los tres flujos son iguales, pues el sistema de tensiones aplicado a las tres bobinas primarias está formado por tres tensiones iguales, luego, multiplicando el flujo por cada reluctancia tenemos:

$$\bar{F}_1 = \bar{\Phi}_1 (R + r) \quad [1]$$

$$\bar{F}_2 = \bar{\Phi}_2 (R) \quad [2]$$

$$\bar{F}_3 = \bar{\Phi}_3 (R + r) \quad [3]$$

En cada instante, como corresponde a un sistema trifásico normal, dos vectores tienen un sentido y el tercero tiene sentido contrario, es decir, que podemos suponer a la rama central con sentido contrario a las laterales. Hemos llamado a cada f.m.m. con la letra *F*, y con el subíndice que corresponde

a su rama, y colocamos los mismos subíndices al flujo, para contemplar el hecho que, siendo alternados, tienen distintos valores instantáneos en magnitud y sentido. Si hacemos la suma de las ff.mm.mm. para la mitad izquierda del núcleo, para contemplar el efecto de la rama central sobre las laterales y viceversa, se tiene:

$$\bar{F}_1 - \bar{F}_2 = \bar{\Phi}_1 (R + r) - \bar{\Phi}_2 R \quad [4]$$

Que se ha obtenido restando las ecuaciones [1] y [2], y que ha resultado una resta puesto que la segunda debe tener sentido contrario a la primera. Si hacemos lo mismo con las ecuaciones [3] y [4], se tiene:

$$\bar{F}_3 - \bar{F}_2 = \bar{\Phi}_3 (R + r) - \bar{\Phi}_2 R \quad [5]$$

Ahora estamos en presencia de un par de ecuaciones, la [4] y la [5], que nos permitirán hacer algunas deducciones. El objeto de haberlas planteado, es para poder encontrar nuevas ecuaciones que dan las ff.mm.mm. en forma más conveniente para su interpretación.

Para disponer de otras ecuaciones que nos serán de utilidad, digamos que la suma de los valores de los tres flujos y las tres ff.mm.mm. debe ser constantemente nula, lo que ya sabemos, pero que escribimos así:

$$\bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{F}_3 = 0 \quad [6]$$

$$\bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_2 + \bar{\Phi}_3 = 0 \quad [7]$$

Y que nos permitirán reemplazar la suma de dos de estos valores por el tercero con signo cambiado, cuando nos sea necesario.

Para operar, restemos las dos ecuaciones [4] y [5], que nos dan:

$$\bar{F}_1 - \bar{F}_3 = \bar{\Phi}_1 (R + r) - \bar{\Phi}_3 (R + r) \quad [8]$$

Y ahora sumamos esas mismas ecuaciones, con lo que se tiene:

$$\bar{F}_1 + \bar{F}_3 - 2\bar{F}_2 = \bar{\Phi}_1 (R + r) + \bar{\Phi}_3 (R + r) + 2\bar{\Phi}_2 R \quad [9]$$

Y ahora analicemos si tenemos los elementos necesarios para encontrar el valor de cada f.m.m. Si cambiamos en la ecuación [9] la suma de las ff.mm.mm. 1 y 3 por  $-\bar{F}_2$ , de acuerdo con la [6], nos queda una ecuación en la cual sólo aparece esta última f.m.m., y que puede ser ordenada así:

$$-3\bar{F}_2 = (R + r) (\bar{\Phi}_1 + \bar{\Phi}_3) - 2\bar{\Phi}_2 R$$

Pero por la [7], la suma de los dos flujos dentro del paréntesis puede ser cambiada por el flujo de la rama 2, con signo cambiado, y finalmente resulta:

$$\bar{F}_2 = \bar{\Phi}_2 R + \frac{1}{3} \bar{\Phi}_2 r \quad [10]$$

Ahora tenemos el valor de la f.m.m. de la rama 2, dado como suma vectorial de dos cantidades. Encontremos los valores de las otras dos ff.mm.mm.

Para ello, reemplazamos la ecuación [10] en la [9] en lugar de  $F_2$ , y disponemos de una ecuación que nos da la suma de las dos ff.mm.mm. La ecuación [8] nos da la diferencia de esas mismas ff.mm.mm., de manera que se puede obtener cada una de ellas por simple proceso algebraico. Sumando y dividiendo por 2, se tiene:

$$\bar{F}_1 = \bar{\Phi}_1 (R + r) + \frac{1}{3} \bar{\Phi}_2 r \quad [11]$$

Y restando y dividiendo por 2 se obtiene el valor de la otra:

$$\bar{F}_3 = \bar{\Phi}_3 (R + r) + \frac{1}{3} \bar{\Phi}_2 r \quad [12]$$

Las tres ecuaciones [10], [11] y [12] nos permiten conocer las tres ff.mm.mm. que estarán presentes en las ramas del núcleo del transformador. Notamos, por de pronto, que son diferentes. Como estas tres ecuaciones tienen carácter vectorial, haremos el diagrama correspondiente. La figura 48 muestra tal diagrama.

Se toman tres tensiones, como corresponde al sistema trifásico a que será conectado el transformador. Perpendicularmente a cada tensión aplicada tenemos el flujo de esa rama, como sabemos, y en atraso de  $90^\circ$ . En fase con cada flujo debemos tomar los primeros términos del segundo miembro de cada ecuación vectorial, que están dados por el producto de los flujos por las reluctancias magnéticas de su rama, y que por lo tanto, están en fase con los respectivos flujos. Son los vectores OD, para la rama 1, el OH para la rama 2

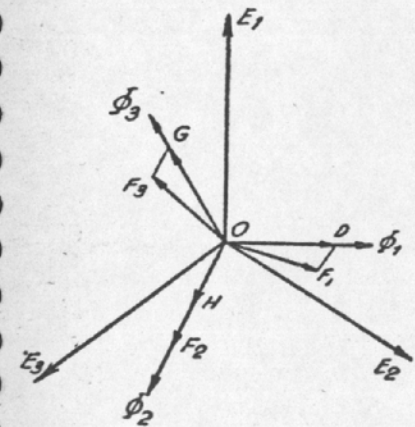


Fig. 49. — Diagrama vectorial del transformador trifásico sin considerar las corrientes de pérdidas.

y el OG para la tercera. Nótese que el segundo es más pequeño por serlo la reluctancia magnética de esta rama.

Ahora observando las ecuaciones vectoriales de la ff.mm.mm., vemos que las tres tienen un término común, que es un vector paralelo al flujo de la segunda rama, y en el diagrama debemos sumar, paralelamente al flujo N° 2, ese vector:

$$\frac{1}{3} \bar{\Phi}_2 r$$

tomándolo paralelo al flujo de la rama 2, pues en las tres fórmulas aparece el mismo sumando. Son los tres vectores que aparecen tomados desde los puntos D, H y G paralelamente a OH. La suma vectorial de las dos partes

de la f.m.m. de cada rama nos da la resultante, que son las  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$  que se ven en la figura.

Analicemos el resultado obtenido en el diagrama vectorial. Cada corriente magnetizante de las respectivas ramas estará en fase con la f.m.m. y vemos que la rama N° 2 tiene su corriente magnetizante perpendicular a la f.e.m., luego no absorbe potencia de la red. La rama N° 1 tiene la corriente magnetizante formando un ángulo distinto de  $90^\circ$  con la f.e.m., luego hay potencia en juego, que se obtiene por el producto de los dos vectores E e I por el coseno del ángulo comprendido; como este ángulo es mayor de  $90^\circ$ , el coseno es negativo, y esa potencia es negativa, lo que se interpreta como que el transformador entrega energía a la red. Pero esa energía no va a la red, pues la absorbe la rama 3, como se ve en seguida. En efecto, la rama tres también tiene potencia en juego, puesto que la corriente magnetizante no está en cuadratura con la f.e.m. El producto de estos dos vectores por el coseno del ángulo comprendido da una potencia positiva, de igual valor que la negativa de la rama N° 1.

Luego, la rama central del transformador funciona normalmente, sin tomar potencia en vacío (esto es teórico, como veremos), pero una rama lateral absorbe la potencia que le entrega la del otro extremo. Para la red, no hay ningún efecto nuevo, pues sólo se trata de un intercambio de energía interno, entre dos ramas del núcleo, pero esta asimetría se traduce en otros efectos que se verán en seguida.

En efecto, en un transformador real hay pérdidas en el hierro, por lo que las corrientes de vacío de cada rama serán iguales a las magnetizantes más las componentes que están en fase con la tensión, y que cubren tales pérdidas, según se ha visto anteriormente, para los transformadores monofásicos. Como tenemos que las corrientes magnetizantes son distintas, y como las tres ramas del núcleo no son iguales, pues las extremas son mayores que la central, tampoco serán iguales las pérdidas en el hierro. Resultará que las tres corrientes de vacío de los bobinados primarios del transformador son distintas para cada fase, y esto es importante si se estudia el transformador mediante ensayo en vacío, por ejemplo.

#### DIAGRAMA VECTORIAL DEL TRANSFORMADOR ASIMÉTRICO EN VACÍO

Estudiemos más detenidamente el problema referente al transformador con pérdidas en el hierro y núcleo en anillo. Sabemos, de acuerdo con la figura 48, que las dos ramas laterales tienen mayor reluctancia que la central, luego, por tener más volumen serán mayores sus pérdidas por histéresis y corrientes parásitas. La corriente de vacío del transformador es igual a la suma vectorial de la magnetizante y de la que cubre esas pérdidas; esta última componente está en fase con la tensión, de modo que en el diagrama vectorial de la figura 50 hemos tomado en fase con cada una de las tres tensiones la respectiva parte de la corriente de vacío que llamábamos  $I_p$  en la figura 6, al principio del primer capítulo.

La que corresponde a la rama central, la N° 2, es más pequeña que las otras dos por lo que hemos dicho más arriba. Si hacemos la suma vectorial de las tres corrientes en el diagrama de la figura 50, vemos que la resultante no es nula, como correspondería a un sistema trifásico perfecto. En efecto, sumando  $OA$  con  $OC$ , se tiene el vector  $OD$ , al que sumamos el  $OB$ , que tiene sentido contrario, por lo que se resta y nos queda como resultante final el vector  $OF$ , pues el  $DF$  es igual a  $OB$ . De modo que el vector  $OF$  es la corriente  $I_r$ , resultante vectorial de las tres corrientes de pérdidas del transformador.

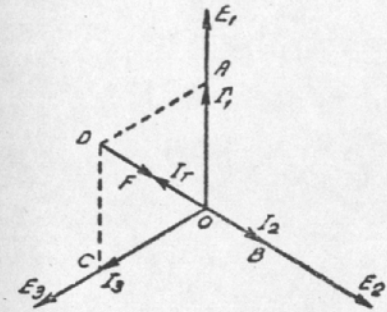


FIG. 50. — Diagrama vectorial de las corrientes de pérdidas en un transformador trifásico.

Como habiendo una resultante no se anularán las 3 ff.mm.mm. de las corrientes de pérdidas, tendremos que esta corriente resultante producirá una cierta cantidad de ampervueltas, y con ello, una f.m.m., de valor proporcional a  $I_r$  y en fase con ella.

Volvamos al diagrama vectorial de la figura 49, pero introduciéndole las modificaciones que produce esta nueva f.m.m. ocasionada por la resultante vectorial de la corriente de pérdidas. La figura 51 muestra el resultado. Las tres tensiones y los tres flujos los hemos tomado igual que antes, defasados entre sí de  $120^\circ$  y formando cada flujo un ángulo de  $90^\circ$  con la respectiva tensión. Además, tomamos  $OD$ ,  $OH$  y  $OG$  sobre los vectores de flujo, en la misma forma que hacíamos en la figura 49; esos vectores representan las primeras partes de los segundos miembros de las ecuaciones [10], [11] y [12], ya conocidas. Paralelamente a  $OH$  se toman a partir de los puntos  $D$ ,  $H$  y  $G$ , los segmentos que representan las segundas partes de las ff.mm.mm., según esas ecuaciones, y como ya lo hicimos anteriormente. Pero ahora hay que considerar la f.m.m. producida por  $I_r$ , que está en fase con la tensión  $E_2$ . Esta f.m.m. aparece en cada rama, pero siempre paralelamente a la corriente  $I_2$ , pues debe estar en fase con la corriente que la produce. Luego, desde los puntos  $J$ ,  $M$  y  $K$ , que son los extremos adonde habíamos llegado, tomamos los vectores

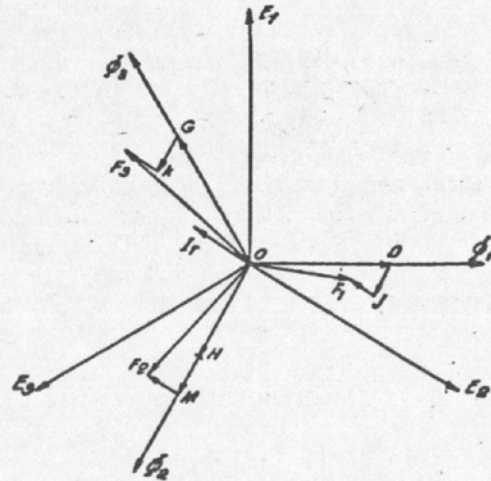


FIG. 51. — Diagrama vectorial completo del transformador trifásico en vacío, mostrando los efectos de las corrientes de pérdidas.

que representan esta nueva f.m.m., igual para las tres fases en sentido y magnitud.

Haciendo ahora la suma vectorial de las tres partes de que está formada cada f.m.m. resultante de cada rama, se tienen los vectores  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$ , que se pueden ver en la figura, y que son distintos en magnitud y dirección para cada fase. Como vemos, la asimetría del núcleo provoca un desequilibrio en las corrientes magnetizantes (diagrama de la fig. 49) y en las de pérdidas (diagrama de la fig. 50), resultando que las tres corrientes totales de vacío, o las respectivas ff.mm.mm. son distintas para las tres fases.

De estas consideraciones deducimos que la potencia que absorbe en vacío un transformador trifásico será distinta para cada fase, luego no podemos hacer el ensayo en vacío para una fase sola, y multiplicar después la potencia obtenida por tres, pues se cometería un error. Para determinar las pérdidas en el hierro de un transformador trifásico, puede realizarse el ensayo en vacío como en los monofásicos, pero siempre que se mida la potencia absorbida por las tres fases simultáneamente.

En cambio, para las pérdidas en el cobre, como los bobinados de las tres fases son iguales, y las corrientes de vacío se pueden despreciar para el ensayo en cortocircuito, podemos medir las pérdidas en el cobre en una sola fase y multiplicar por tres. Para ello, según se sabe, se mide la potencia que absorbe estando el secundario en cortocircuito, y aplicando tensión reducida al primario.

### TRANSFORMADOR TRIFÁSICO CON CARGA

El transformador trifásico con carga puede estudiarse como si fuera un conjunto de tres transformadores monofásicos, pues cada fase forma un circuito independiente en lo que respecta a la carga, tal como sucedía en el estudio particular de las redes trifásicas que se hacía en Electricidad. Las diferencias entre las corrientes de vacío de las tres fases del transformador, no inciden mayormente en el estado de carga, ya que sabemos que el valor relativo de tales corrientes, comparadas con las de carga, es despreciable. Puede prescindirse, pues, de considerarlo, si se trata de hacer el estudio vectorial bajo carga.

Para estudiar el comportamiento del transformador bajo carga, recurrimos al diagrama vectorial, como lo hicimos en los monofásicos. Se dispone de un sistema de tres bobinados que se conectan a las tres ramas de una red trifásica, luego tendremos tres ff. ee. mm. inducidas en esos bobinados, las que estarán a  $120^\circ$  entre sí. Para simplificar el diagrama consideraremos una sola fase para el trazado completo, y simplificaremos las otras dos. La figura 52 muestra el diagrama vectorial de un transformador trifásico bajo carga óhmica. Para otros tipos de carga, ya sabemos cuáles son las diferencias que se tienen en la dirección del vector corriente secundaria.

Veamos la fase N° 1, por ejemplo. El flujo es un vector que está adelantado  $90^\circ$  con respecto a la f.e.m. inducida  $E_1$  o  $E_2$  en los bobinados primario

y secundario de esa fase. Suponemos iguales los números de espiras de ambos bobinados, para simplificar el diagrama, con lo que esas dos ff.ee.mm. serán vectores iguales. En oposición a  $E_1$  tomamos el vector  $-E_1$ , según se vió en el capítulo primero.

La corriente de carga secundaria es  $I_2$ , y produce caídas en el bobinado secundario, en fase y en cuadratura con la tensión en los bornes  $V_2$ . Descontando a la f.e.m. esas dos caídas se tiene la tensión en los bornes  $V_2$ , del secundario. Tomando el vector opuesto a la corriente secundaria, y sumándolo vectorialmente con la corriente de vacío  $I_0$ , se obtiene la corriente total primaria,  $I_1$ , que se ve en la figura. Y, finalmente, sumando a la f.e.m.  $-E_1$  las dos caídas, óhmica e inductiva en el primario, que están en fase y en cuadratura con la corriente primaria, respectivamente, se tiene la tensión en los bornes,  $V_1$ , para este bobinado primario de la fase N° 1. Si se observa esta parte de la figura 52 y se la compara con la figura 20, se verá que es idéntica.

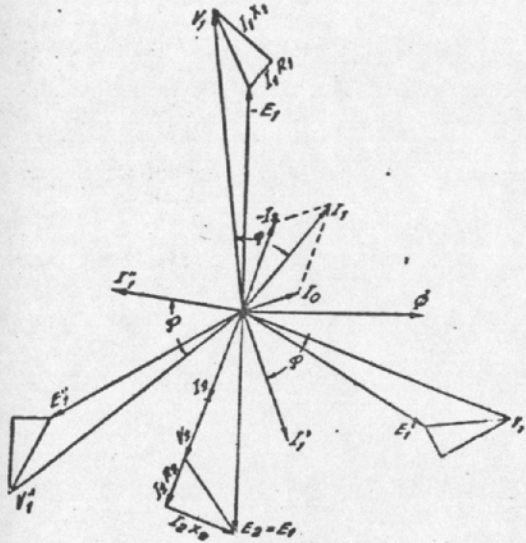


FIG. 52. — Diagrama vectorial del transformador trifásico con carga.

Si hiciéramos la misma construcción para las fases 2 y 3 se obtendría una figura simétrica, donde cada tensión primaria sería un vector apartado en  $120^\circ$  de los otros. Para no complicar mucho el diagrama de la figura 52, sólo se ha dibujado, en las fases 2 y 3, la f.e.m. contraria a la inducida en los respectivos primarios, que son los vectores  $E_1'$  y  $E_1''$ . A esas ff.ee.mm. les sumamos las caídas producidas por las corrientes totales primarias  $I_1'$  e  $I_1''$ , como se ve en la figura, con lo que se encuentran las tensiones aplicadas a los primarios de las fases 2 ( $V_1'$ ) y 3 ( $V_1''$ ).

En lo que antecede se ha supuesto que la carga que tomaba cada fase del transformador era la misma, lo que sucede cuando el circuito de consumo tiene sus tres ramas iguales, en lo que respecta a las impedancias conectadas. Cualquier diferencia en la magnitud o en el ángulo propio de esas impedancias produce una diferencia en las corrientes secundarias, y por ende, en las caídas de cada fase, con lo que se alterarán las tensiones en los bornes secundarios.

Para otros estados de carga, tales como los de carga inductiva o capacitiva, o los de carga asimétrica, pueden ser estudiados siguiendo las normas dadas, y comparando siempre el diagrama con los monofásicos similares,

pues se repiten estos últimos tres veces, defasados en  $120^\circ$ . No insistiremos pues en ello, pero recordemos que las corrientes  $I_0$  de la figura 52 son distintas para las tres fases.

### ENSAYO DE TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

Hay pocas diferencias entre los transformadores trifásicos y monofásicos, en lo que respecta a los ensayos a realizar. Por lo pronto, las especificaciones sobre temperaturas, aislación, etcétera, no pueden ser diferentes, pues las normas no hacen distinciones sobre el número de fases. Para estas cuestiones, puede consultarse lo que hemos dicho para los monofásicos en el capítulo anterior.

Para las caídas de tensión y la regulación, también puede estudiarse como si se tratara de uno monofásico, con sólo considerar separadamente cada fase. Ya sabemos cómo se combinan los resultados para hacer un diagrama único, trifásico. De modo que la característica de carga o externa, que da la tensión en los bornes secundarios al variar la carga, se tomará para una fase, pues es igual, prácticamente, para las otras.

Para determinar el rendimiento, aparece la primer diferencia de consideración. En efecto, hemos dicho que las pérdidas en el hierro son distintas para las tres fases, cuando el núcleo es asimétrico, lo que es común. Y como para calcular el rendimiento había que medir las pérdidas en el hierro y en el cobre, ya vemos que habrá alguna diferencia con respecto a los monofásicos.

Las pérdidas en el hierro en un transformador trifásico se encuentran mediante el ensayo en vacío, pero en la forma indicada en la figura 53. Se conectan dos wattímetros monofásicos o uno trifásico, según el conocido método de medición de potencia total trifásica, un voltímetro para verificar la tensión normal, y, opcionalmente, amperímetros para poder determinar la corriente de vacío, y con ella, el ángulo de fase en vacío. Si el wattímetro es trifásico dará directamente en su escala la potencia total absorbida por el transformador, pero si se trata de dos monofásicos, hay que tener cuidado con un detalle que recordaremos:

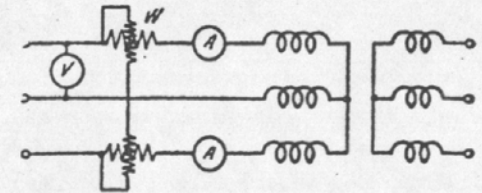


FIG. 53. — Esquema de conexiones del ensayo en vacío para la determinación de las pérdidas en el hierro.

En el método de medida de los dos wattímetros, según se estudia en Electricidad, se sumaban las indicaciones cuando el defasaje entre la corriente y la tensión era menor de  $60^\circ$ , pues si ese ángulo era superado, había que restar ambas lecturas. En un transformador en vacío, es seguro que el ángulo de defasaje superará los  $60^\circ$ , por lo cual hay que tener presente esta circunstancia, restando las lecturas de ambos instrumentos. Un repaso a este tema en un Tratado de Electricidad puede dar mayor información al respecto.

Finalmente, la potencia total de vacío representa las pérdidas en el hierro

de todo el transformador, y el ángulo de defasaje de la corriente de vacío será:

$$\cos \varphi_0 = \frac{W_0}{\sqrt{3} V I_0}$$

Debiendo tenerse presente que el ángulo cuyo coseno da la última fórmula, no es el que corresponde a una fase en particular, sino que es un intermedio entre los de las tres fases, que sabemos que son distintos. Para tener el valor exacto de cada uno, habría que conectar tres juegos de instrumentos, uno en cada fase, y calcular el ángulo por el método de medida que se conoce, y que se vió en el capítulo correspondiente a monofásicos.

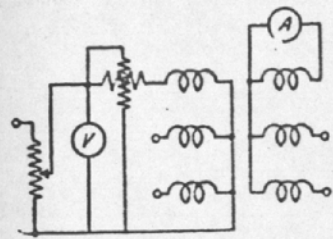


Fig. 54. — Esquema de conexiones del ensayo en cortocircuito para la determinación de las pérdidas en el cobre.

El wattímetro indica la potencia que absorbe una fase del transformador con secundario en cortocircuito. Las pérdidas totales en el cobre se calculan multiplicando esa lectura por tres.

Y una vez que conocemos las pérdidas totales en el hierro y en el cobre de nuestro transformador trifásico, para determinar el rendimiento no hay más que conocer la potencia normal secundaria y aplicar la fórmula que ya vimos para los monofásicos:

$$\eta = \frac{W_2}{W_2 + P_f + P_c}$$

Donde  $W_2$  es la potencia total trifásica normal para el secundario, en Watt;  $P_f$  son las pérdidas totales en el hierro y  $P_c$  las totales en el cobre, ambas en Watt. Para tener el rendimiento en % se multiplica el resultado por 100.

## CAPÍTULO IV

### AUTOTRANSFORMADORES

El autotransformador puede ser considerado simultáneamente como un caso particular del transformador o del bobinado con núcleo de hierro. Tiene un solo bobinado arrollado sobre el núcleo, lo que permite establecer similitud con el bobinado de la figura 4, pero dispone de cuatro bornes, dos para cada circuito, y por ello presenta puntos en común con el transformador de la figura 9. En realidad, lo que conviene es estudiarlo independientemente, pero utilizando las leyes que ya vimos para los otros dos casos, pues así se simplifica notablemente el proceso teórico.

En la práctica se emplean los autotransformadores en algunos casos en los que presenta ventajas económicas, sea por su menor costo o su mayor eficiencia. Pero esos casos están limitados a ciertos valores de la relación de transformación, como se verá en seguida. No obstante, es tan común que se presente el uso de relaciones de transformación próximas a la unidad, que corresponde dar a los autotransformadores la importancia que tienen, por haberla adquirido en la práctica de su gran difusión.

Para estudiar su funcionamiento, haremos como con los transformadores, es decir, primero consideraremos el principio en que se basan, desde el punto de vista electromagnético, para obtener las relaciones entre las tensiones y las corrientes de sus secciones, ya que no se puede hablar de bobinados en plural. Luego veremos el diagrama vectorial, muy parecido al de transformadores, pero con diferencias que lo distinguen netamente. Y, finalmente, haremos un estudio comparativo entre el autotransformador y el transformador de iguales condiciones de servicio, o sea intercambiables en su lugar de utilización, para demostrar cuál es más conveniente, o en qué casos lo es. Desde luego que, en ciertas condiciones especiales de la plaza, cuando una subida exagerada del cobre o del hierro lo determina, pueda resultar que la conveniencia o no dependa de esas circunstancias, pero ello escapa al motivo de esta publicación.

#### PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO

La figura 55 nos muestra un esquema del autotransformador. Consta de un bobinado de extremos A y D, al cual se le ha hecho una derivación en el punto

intermedio B. Por ahora llamaremos primario a la sección completa AD y secundario a la porción BD, pero en la práctica puede ser a la inversa, cuando se desea elevar la tensión primaria.

La tensión de la red primaria, a la cual se conectará el autotransformador, es  $V_1$ , aplicada a los puntos A y D. Como toda bobina con núcleo de hierro, en cuanto se aplica esa tensión circula una corriente que hemos llamado de *vacío* en la teoría anterior. Sabemos también, que esa corriente de vacío está formada por dos componentes; una parte es la corriente magnetizante, que está atrasada  $90^\circ$  respecto de la tensión, y otra parte que está en fase, y es la que cubre las pérdidas en el hierro, cuyo monto se encuentra multiplicando esa parte de la corriente de vacío, por la tensión aplicada. Llamamos a la corriente total de vacío  $I_0$ , como lo hemos hecho en otras oportunidades.

FIG. 55. — Diagrama esquemático del autotransformador en vacío.

Al circular la corriente alternada magnetizante, se producirá un campo magnético alternado, que abrazará a las espiras del bobinado, y se inducirá una f.e.m. entre los bornes AD, de valor, según fué calculada en el primer capítulo:

$$E_1 = E_{AD} = 4,44 N_{AD} f \Phi 10^{-8}$$

Donde hemos puesto a la f.e.m. y al número de espiras subíndice doble, para distinguir exactamente hasta qué extremos abarcan. Sabemos que  $f$  representa la frecuencia de la corriente alternada circulante, y  $\Phi$  el flujo máximo o amplitud del flujo magnético producido por la corriente magnetizante.

Pero si hemos tomado una derivación en el punto B del bobinado, entre éste y el D se tendrá parte de la f.e.m. anterior, pues considerando esa sección del bobinado, la f.e.m. inducida en ella será:

$$E_2 = E_{BD} = 4,44 N_{BD} \Phi f 10^{-8}$$

Por comparación con la expresión anterior. Notemos que se ha designado  $E_1$  a la f.e.m. entre los puntos A y D, y se designó con  $E_2$  a la f.e.m. inducida entre el B y el D. Si dividimos esas dos expresiones entre sí, tenemos, como lo hacíamos con los transformadores:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{E_{AD}}{E_{BD}} = \frac{N_{AD}}{N_{BD}} = k$$

De modo que las ff.ee.mm. son directamente proporcionales a los números de espiras, como ya sabíamos. Se llama *relación de transformación*  $k$  al cociente entre las ff.ee.mm. total o primaria y parcial o secundaria, según se indica en la figura 55.

Veamos qué relación hay entre las ff.ee.mm. inducidas en las dos secciones que quedan a ambos lados del punto derivación B. Para ello, podemos escribir:

$$E_{AB} = E_{AD} - E_{BD}$$

que es evidente. Ahora podemos dividir esta expresión por la f.e.m. de la sección BD, con el objeto de hacer un artificio algebraico que nos será útil:

$$\frac{E_{AB}}{E_{BD}} = \frac{E_{AD}}{E_{BD}} - \frac{E_{BD}}{E_{BD}}$$

Y observemos el resultado obtenido. El primer miembro es la relación de las ff.ee.mm. que deseamos encontrar, por lo que lo dejamos como está. El primer término del segundo miembro es el cociente entre la total y la parcial, que hemos deducido antes y que vale  $k$ , relación de transformación. El último término vale la unidad, de modo que, finalmente, nos queda:

$$\frac{E_{AB}}{E_{BD}} = k - 1$$

Que es la relación que buscábamos y que es interesante, pues establece la proporción en que se hallan esas dos ff.ee.mm.

Recordemos ahora algo que dijimos para los transformadores: si conectábamos un voltímetro entre los bornes primarios y otro entre los bornes secundarios, el cociente entre sus respectivas lecturas debe dar la relación de transformación. Actualicemos esta definición, y conectemos dos voltímetros como lo indica la figura 56. El primario del autotransformador es el bobinado entero o total, entre los puntos A y D, de modo que la lectura de este voltímetro la llamamos  $V_1$ . El secundario, desde el punto de vista eléctrico, pues físicamente no existe, es la porción comprendida entre B y D, y a la lectura de este voltímetro la llamamos  $V_2$ . Si hacemos el cociente entre ellas se obtiene la relación de transformación.

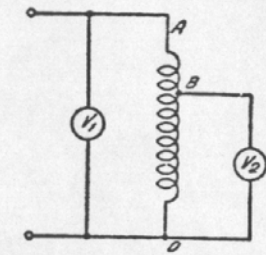


FIG. 56. — Conexión de dos voltímetros para determinar la relación de transformación.

$$k = \frac{V_1}{V_2}$$

#### DIAGRAMA VECTORIAL DEL AUTOTRANSFORMADOR EN VACÍO

Estando el autotransformador en vacío, su funcionamiento es el que corresponde a una simple bobina, la total AD, conectada a la red primaria. El diagrama será el mismo que vimos en la figura 6, y que repetimos en la 57. Prescindimos de dibujar la f.e.m. hacia abajo, pues sabemos que interesa tener en el diagrama su opuesta —  $E_1$ , que debe ser cubierta por la tensión aplicada. La corriente que circula es la de vacío  $I_0$ , que tiene sus dos componentes conocidas: la magnetizante,  $I_m$ , cuya misión es producir el flujo magnético, por lo que estará en fase con éste, y la de pérdidas  $I_p$ , que, como debe cubrir las pérdidas en el hierro del núcleo, debe estar en fase con la f.e.m. para que el producto de esos dos vectores dé una potencia, que es la de vacío,

según ya sabemos. La suma vectorial de la corriente de pérdidas y la magnetizante da la corriente de vacío, tal como sucedía en el transformador.

La corriente de vacío, al pasar por el bobinado produce dos caídas de tensión: una en la resistencia óhmica del devanado, que estará en fase con la corriente y que tomamos a partir del extremo del vector  $-E_1$ , y otra en la reactancia de dispersión del bobinado, cuya concepción fué estudiada en el primer capítulo; esta caída se toma en cuadratura con la óhmica, pues es de carácter inductivo, formándose así el triángulo de caídas, cuya hipotenusa representa el producto de la corriente de vacío por una impedancia interna del bobinado.

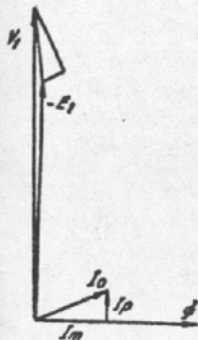


FIG. 57. — Diagrama vectorial del auto-transformador en vacío.

Sumando vectorialmente a la f.e.m. opuesta, las dos caídas, o sea el triángulo de caídas, se tiene la tensión aplicada  $V_1$ , según se ve en la figura 57. Con esto queda completo el diagrama de funcionamiento en vacío del auto-transformador, y llegamos a la conclusión de que, al no utilizarse el borne intermedio B, el conjunto no es más que un bobinado con núcleo de-hierro. Para que pueda ser llamado autotransformador, hay que conectar una carga entre los puntos B y D, pues recién tendremos que

se cumplirán las condiciones que se estudian de inmediato.

#### AUTOTRANSFORMADOR CON CARGA

Si se conecta una impedancia  $Z$  entre los puntos B y D, tal como lo muestra la figura 58, sin entrar en consideraciones sobre el carácter de  $Z$ , por ahora, se producirá una variación en las condiciones de funcionamiento.  $Z$  puede tener carácter óhmico, inductivo o capacitivo. Al conectarla entre dos puntos que acusan una diferencia de potencial, circulará una corriente, que llamamos  $I_2$ , con subíndice correspondiente a secundario, pues así lo hemos especificado al principio.

Para determinar el sentido instantáneo de esta corriente secundaria hagamos la siguiente observación: en un dado instante, la f.e.m. inducida es tal que el punto A tiene mayor potencial que el D. Luego los vectores de las ff. ee. mm.  $E_1$  y  $E_2$  podemos imaginarlos dibujados con la flecha hacia arriba. La tensión primaria debe vencer a la f.e.m. primaria, luego en ese instante la corriente primaria circula con sentido contrario al que correspondería a la f.e.m. primaria, es decir, de A hacia D. En el secundario, en cambio, la tensión en los bornes y la f.e.m. tienen el mismo sentido, luego la corriente circula hacia arriba, es decir de D hacia B.

¿Qué sucede en el tramo BD donde tenemos dos corrientes encontradas?

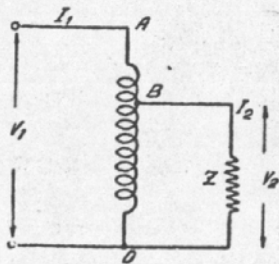


FIG. 58. — Esquema del autotransformador con carga. Esta carga está representada por una impedancia  $Z$ , conectada entre los puntos B y D.

Que sólo circulará la diferencia entre ambas, es decir, que en el tramo secundario del bobinado circula una corriente:

$$\bar{I}_{BD} = \bar{I}_2 - \bar{I}_1$$

Debiendo aclararse que esta diferencia debe tener carácter vectorial. Pero ya se comienza a palpar una de las ventajas del autotransformador. En una sección del bobinado circula sólo la diferencia de las corrientes primaria y secundaria. Quiere decir que en el tramo AB tenemos la corriente  $I_1$ ; en el BD tenemos la diferencia  $(\bar{I}_2 - \bar{I}_1)$  y en el circuito de carga tenemos la corriente  $I_2$ . En estas consideraciones estamos prescindiendo de la corriente de vacío, porque ya sabemos que es de valor muy pequeño comparada con la primaria de carga. Procediendo así se pueden hacer simplificaciones importantes.

Veamos la relación entre las corrientes primaria y secundaria. Haciendo abstracción de la corriente magnetizante, por su pequeñez, sabemos por lo que se estudió en el primer capítulo, que los amperevueltas primarios deben ser iguales a los amperevueltas secundarios, luego podemos escribir en este caso, y aclarando que la expresión es algebraica y no vectorial, por lo que estudiamos para transformadores al despreciar  $I_0$ :

$$N_1 I_1 = N_2 I_2$$

Que por simple cambio de miembro de sus factores permite escribir:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{I_2}{I_1} = k$$

Relación que es inversa a la de tensiones o ff. ee. mm., lo mismo que sucedía para los transformadores. Si queremos conocer la relación entre las corrientes circulantes en la sección superior e inferior del bobinado, podemos proceder así: En primer lugar, sabemos ya que:

$$I_{BD} = I_2 - I_1$$

Y si dividimos esta ecuación por la corriente primaria, o sea por la corriente que circula entre A y B, se tiene:

$$\frac{I_{BD}}{I_{AB}} = \frac{I_2}{I_{AB}} - \frac{I_1}{I_{AB}}$$

Ahora analicemos lo que ha resultado; el primer término es el cociente entre las corrientes que queríamos obtener; el segundo término es la relación de transformación, pues el denominador es la corriente  $I_1$ , y el tercer término es la unidad, por ser iguales el numerador y denominador. Luego, se tiene:

$$\frac{I_{BD}}{I_{AB}} = k - 1$$

relación cuyo primer miembro es inverso al similar que se obtuvo para las tensiones, pues el segundo miembro de ésta es igual al de la expresión que daba la relación entre las ff. ee. mm. de las secciones superior e inferior.

Si se consideran aisladamente las dos expresiones que han dado por resul-

tado ( $k - 1$ ), que son los cocientes entre las ff.ee.mm. entre puntos A B y B D, y las corrientes circulantes entre B D y A B, podemos suponer al autotransformador como equivalente de un transformador que en lugar de  $k$ , tenga una relación de transformación ( $k - 1$ ), y cuyo primario sea la sección superior A B y cuyo secundario sea la sección B D. Esto es importante en lo que respecta a la transferencia de energía desde la red al circuito de carga en el secundario, pues en ese aspecto, parte de la energía se transfiere por vía electromagnética, como en los transformadores, y parte por vía eléctrica directa, como en un circuito cerrado simple de corriente alternada. La parte que transfiere energía por vía electromagnética es la A B, que obra como primario ficticio, y la parte que la recibe transferida es la B D, secundario ficticio. Cuando comparemos las características del autotransformador con el transformador volvcremos sobre este detalle, para demostrarlo, y para poner de manifiesto una de las cualidades fundamentales del primero, que le da ventajas evidentes con respecto al segundo.

Por de pronto, cuanto más reducida sea la sección A B, menor será el circuito primario ficticio, por lo que mayor proporción de energía se transferirá por vía directa, y si llevamos el problema al límite, cuando el punto B cae sobre el A, toda la energía debe transferirse por vía directa, ya que la relación de corriente que está escrita más arriba da cero, puesto que  $k = 1$ ; eso sólo es posible si la corriente entre B y D es nula, y lo será, puesto que una bobina conectada entre dos puntos (fig. 59), toma únicamente la corriente magnetizante, y ésta la estamos suponiendo nula en las consideraciones que anteceden, dada su pequeñez.

Resumiendo, pese a que el autotransformador de relación  $k = 1$  no tiene objeto práctico, pues es como si no estuviera conectado, nos permite hacer interesantes apreciaciones. Observando la figura 59, vemos que el bobinado en este caso no tomará

corriente de la red, si podemos despreciar la de vacío (magnetizante y de pérdidas). Bajando un poco el punto B, de modo que se aparte del A, comienza a funcionar el autotransformador, pues tenemos una sección primaria entre A y B. Con ello, parte de la energía que toma el secundario para alimentar la carga Z, se obtiene desde ese primario, por vía electromagnética; el resto de la energía que toma Z, procede directamente desde la red, sin intervención de fenómenos electromagnéticos. Ese resto está dado por la diferencia entre lo que tomaba Z en la conexión de la figura 59, y lo que le transfiere el primario (esto es cierto si se supone que la tensión aplicada a los bornes de Z no se altera).

Si se sigue bajando el punto B, acercándolo más y más al D, cada vez es mayor la parte de energía que se transforma por vía electromagnética, y pasa al secundario por ese camino; asimismo, cada vez va siendo menor la energía transferida directamente desde la red. Como se ve, a medida que el punto B se aleja del A, necesitaremos un autotransformador de mayor potencia, y en los límites máximos, para el punto B coincidiendo con el A (relación

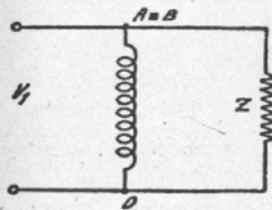


Fig. 59. — Caso límite de relación de transformación unitaria.

$k = 1$ ) la potencia necesaria será nula, y para el punto B muy cerca del D (ya que coincidiendo no puede ser) la potencia será máxima e igual a la de un transformador que prestara el mismo servicio. Más adelante, en el estudio comparativo, volveremos sobre esto.

### DIAGRAMA VECTORIAL BAJO CARGA

Veamos cómo se disponen los distintos vectores que corresponden al funcionamiento del autotransformador bajo carga. La parte que atañe al flujo, f.e.m. y corriente al vacío no se alterará con respecto al diagrama que vimos en la figura 57, de manera que la podemos repetir en la figura 60. Pero ahora dibujamos las dos ff.ee.mm.: la primaria; que tomamos con signo contrario, es decir, hacia arriba y la secundaria, que tomamos con su sentido normal. En el secundario tendremos la corriente de la carga,  $I_2$  y la circulación de la primaria en sentido contrario, que tomamos en el diagrama ( $I_1$ ). La corriente resultante en el bobinado secundario es pequeña ( $I_{BD}$ ). y es la que produce las caídas internas de tensión en la resistencia óhmica y reactancia de dispersión de la sección B D del bobinado. Luego vemos que la tensión bajo carga  $V_2$ , no se reducirá tanto en los autotransformadores como en los transformadores, por ser menor la corriente que produce las caídas. Descontando a la f.e.m. secundaria el triángulo de caídas, se tiene la tensión  $V_2$  en los bornes secundarios. Hay que tomar la caída óhmica en fase con la corriente  $I_{BD}$  y la caída inductiva en cuadratura con esa misma corriente.

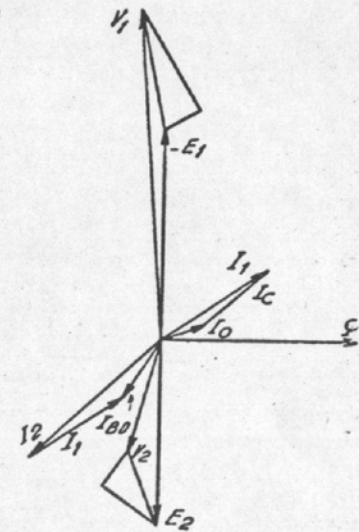


Fig. 60. — Diagrama vectorial del autotransformador con carga.

En el primario tenemos la corriente de vacío, a la cual se suma vectorialmente la corriente de carga  $I_c$  que cubre la potencia transferida al secundario por vía electromagnética; la suma de ambas nos da la corriente total primaria  $I_1$ , que circula por la sección A B del bobinado. Esta corriente es la que produce las caídas de tensión en el bobinado primario, por lo que tomamos en fase con ella la caída óhmica y en cuadratura la inductiva, de acuerdo con lo que ya sabemos, y tenemos así el triángulo de caídas que sumado a la f.e.m. nos da la tensión en los bornes de la red  $V_1$ .

Este diagrama presenta una diferencia substancial con respecto al de los transformadores, y es que hay que hacer intervenir la corriente primaria en el secundario, para poder encontrar la corriente circulante por el interior de la sección secundaria del bobinado. Recién entonces se pueden calcular las



caídas de tensión internas del secundario. Además el triángulo de caídas del secundario es más chico que en los transformadores, porque interviene una corriente mucho menor. Esto se traduce en la afirmación de que la regulación será menor en los autotransformadores, dado que tienen menores caídas internas.

También se puede adelantar, de acuerdo con las consideraciones precedentes, que las pérdidas en el hierro serán menores, por necesitarse menor núcleo, como veremos, y que las pérdidas en el cobre serán también más pequeñas, porque la corriente circulante en gran parte del bobinado es mucho menor, ya que está dada por la diferencia entre las dos corrientes, secundaria y primaria.

### ESTUDIO COMPARATIVO CON EL TRANSFORMADOR

Para hacer el estudio comparativo entre transformadores y autotransformadores, estableciendo las conveniencias del empleo de uno u otro, comenzaremos por considerar la prestación de un mismo servicio con dos unidades, una de cada tipo. La figura 61 nos da los dos esquemas que servirán para llegar a interesantes conclusiones.

En primer lugar, supondremos que las potencias aparentes en cada bobinado son proporcionales a las respectivas potencias efectivas, ya que los ángu-

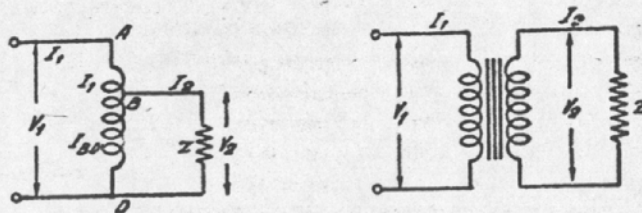


Fig. 61. — Esquemas comparativos del autotransformador y el transformador.

los de fase entre carga y tensión dependen en su mayor grado de las condiciones que impone la impedancia  $Z$  conectada como carga. Escribamos, para el transformador, la siguiente igualdad:

$$V_1 I_1 = V_2 I_2$$

Que es válida si se desprecia la corriente de vacío, siempre pequeña, y las pérdidas, también muy pequeñas. La igualdad anterior dice que las potencias primaria y secundaria son iguales.

Restemos a ambos miembros una misma cantidad, con lo que la ecuación no se altera: esa cantidad es  $V_2 I_1$ , de significado únicamente algebraico:

$$V_1 I_1 - V_2 I_1 = V_2 I_2 - V_2 I_1$$

Pero ahora podemos agrupar términos de igual factor, con lo que se tiene:

$$I_1 (V_1 - V_2) = V_2 (I_2 - I_1)$$

Y analizando esta expresión, diremos: el primer miembro se hace nulo cuando el punto B coincide con el A; además, está dado por el producto de la tensión entre A y B, primario ficticio, por la corriente que circula entre esos puntos, o sea es la potencia que el primario transfiere por vía electromagnética al secundario. El segundo miembro está dado por el producto de la corriente que circula en la sección secundaria, por la tensión entre los extremos de esa sección, luego, es la potencia que recibe el secundario por vía electromagnética, transferida desde el primario, según ya sabemos. Si no hay pérdidas, las dos potencias resultantes son iguales. El resto de la potencia que recibe el secundario, hasta llegar a la cifra dada por el producto  $V_2 I_1$  llega a él por vía directa, sin que intervenga el primario, o sea que llega lo mismo con autotransformador o sin él.

Volvamos a las dos ecuaciones que dan la igualdad de potencias aparentes. La segunda corresponde al autotransformador, y tomando sólo el primer miembro, se puede escribir, llamándolo  $P_a$ , potencia del autotransformador:

$$P_a = I_1 (V_1 - V_2) = I_1 V_1 \left( 1 - \frac{V_2}{V_1} \right) = I_1 V_1 \left( 1 - \frac{1}{k} \right)$$

$$P_a = I_1 V_1 \frac{k-1}{k}$$

Donde en todo el proceso no se ha hecho otra cosa que artificios algebraicos, a fin de que aparezca la relación de transformación  $k$ , como cociente de la tensión primaria y secundaria. Ahora tomemos la potencia aparente del transformador, que llamaremos  $P_t$ , necesaria para rendir el mismo servicio; ya la tenemos expresada en la igualdad que teníamos al principio de este estudio, de la cual sólo tomamos el primer miembro:

$$P_t = V_1 I_1$$

Pues con esta potencia suministramos al secundario una corriente de carga  $I_2$  bajo una tensión  $V_2$ , es decir, lo mismo que nos rinde el autotransformador. Si se divide la expresión que da la potencia necesaria del autotransformador por la del transformador, se llega a la relación:

$$\frac{P_a}{P_t} = \frac{k-1}{k}$$

Que nos dice que; un autotransformador que nos presta igual servicio que un transformador, tiene menor potencia, luego podrá ser más pequeño, liviano y barato. La relación entre ambas potencias es pequeña para valores de  $k$  grandes. Es decir que, por lo que atañe a la potencia en juego en el autotransformador, conviene utilizarlo para relaciones de transformación del orden de la unidad. Para relaciones muy diferentes, las tensiones en los bobinados primario y secundario son muy distintas y se crean problemas de aislación que pueden decidir la no conveniencia del autotransformador.

Además de la menor potencia necesaria, tenemos que serán menores las pérdidas en el cobre, por circular en la sección secundaria del bobinado una corriente reducida.

Como en las consideraciones anteriores siempre hemos supuesto mayor a la tensión primaria, y puede no serlo, veamos lo que sucede en tal caso. La figura 62 da el esquema para el caso que se desee tener una tensión secundaria mayor que la de la red. La derivación en el bobinado permite conectar la red, y la carga se conecta entre extremos del bobinado.

En la deducción anterior que estudiaba la energía puesta en juego, se supuso que las pérdidas eran nulas, de modo que la potencia primaria era igual a la secundaria. Luego, podemos considerar como primarios a cualquiera de las dos secciones; de esto se desprende que serán válidas las consideraciones hechas para el esquema de la figura 61 en el caso del de la figura 62. Luego, convendrá el empleo del autotransformador en todos los casos que no se creen problemas de aislación entre el circuito primario y secundario, pues la potencia necesaria es menor. Para valores de  $k$  cercanos a la unidad, y en este caso (fig. 62) serán fraccionarios

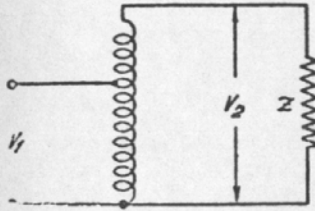


Fig. 62. — Autotransformador elevador de tensión.

por ser la tensión primaria menor, la potencia necesaria será muy pequeña, y nunca convendrá utilizar un transformador, salvo que se desee aislar el circuito secundario de la red primaria.

Veamos, por ejemplo, un caso práctico. La red tiene tensiones que oscilan entre 200 y 250 Volt, y se desea intercalar un autotransformador con varias derivaciones, a fin de tener siempre una tensión secundaria de 220 Volt. La relación de transformación necesaria oscila entre:

$$k = \frac{200}{220} = 0,91 \quad ; \quad y \quad k = \frac{250}{220} = 1,14$$

Con lo que la potencia necesaria del autotransformador será, con respecto a la de un transformador que prestara igual servicio:

$$\frac{0,91 - 1}{0,91} = 0,1 = 10 \%$$

Donde se toma el valor absoluto del cociente, prescindiendo del signo, por razones obvias. Para el otro límite extremo de tensiones, el cociente vale:

$$\frac{1,14 - 1}{1,14} = 0,12 = 12 \%$$

Luego, la potencia necesaria del autotransformador es sólo un 12 % (tomando la relación más desfavorable, pues esa será la cifra necesaria) de la que debería traer un transformador que prestara el mismo servicio. Estas cifras son elocuentes de por sí, y bastan para demostrar la razón del empleo generalizado de los autotransformadores en las redes, para elevar o reducir la tensión en valores cercanos a la unidad.

Para relaciones de transformación que se alejan mucho de la unidad, el

cociente entre las potencias necesarias tiende a valer 1, luego al autotransformador requiere casi la misma potencia que el transformador. Pese a esto sería conveniente por sus menores pérdidas y caídas internas, pero en tales casos hay mucha diferencia entre las tensiones primaria y secundaria, con lo que aparecen problemas de aislación; ellos obligan a utilizar el transformador, cuya independencia entre circuito primario y secundario le da ventaja en tales casos.

lo que llamamos impedancia interna, no es otra cosa que la resultante de la resistencia y reactancia equivalentes, hallada por:

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

según las reglas formales de la Electrotecnia.

## CAPÍTULO V

### PARALELO DE TRANSFORMADORES

En la práctica de utilización de transformadores se presenta muchas veces la oportunidad de tener que conectar dos o más de ellos en paralelo, porque uno solo no es capaz de suministrar toda la energía necesaria en el circuito de carga. El problema de la conexión en paralelo no difiere, en su esencia, del que corresponde a otros tipos de generadores eléctricos, como son las dinamos, las baterías de acumuladores, etc.; pero en este caso hay que tener en cuenta algunos detalles especiales porque en lugar de resistencia óhmica interna, habrá que hacer intervenir las respectivas reactancias de dispersión. No bastará que todos los transformadores a conectar en paralelo tengan iguales las resistencias de los bobinados, o haya entre ellas una relación o igualdad entre dichas reactancias. Estudiaremos el asunto con más detalle para poder plantear las condiciones a llenar y las soluciones que permitirán conectar en paralelo transformadores de distintas características.

Partiremos del caso más general, es decir, del que corresponde a la conexión en paralelo de dos transformadores de distintas características, tanto en lo que se refiere a la f.e.m. de cada uno, como en lo que respecta a sus constantes internas, resistencia óhmica y reactancia de dispersión. Más adelante haremos las simplificaciones que correspondan cuando se tienen eliminadas algunas de esas diferencias, lo que redundará en una mayor simplicidad de las expresiones y mejores condiciones del servicio.

Para entrar en materia, conviene recordar un detalle visto anteriormente, y es el que se refiere a las caídas internas en los bobinados del transformador. Sabemos que puede suponerse que toda la resistencia de ambos bobinados se halla en el secundario teniéndose una resistencia reducida equivalente, y que lo mismo puede hacerse con las reactancias de dispersión. Referiremos ambos valores al secundario, para poder utilizar el diagrama vectorial reducido al secundario. Además, por razones de simplicidad en las deducciones, utilizaremos la combinación de la resistencia óhmica y de la reactancia de dispersión en forma de una impedancia, que es la hipotenusa del clásico triángulo que forman aquellas dos magnitudes. Es decir que, en cada caso,

### PRINCIPIO GENERAL DE LA CONEXIÓN EN PARALELO

Supongamos que se conectan en paralelo dos transformadores, según el esquema de la figura 63. Para ello se unen los bornes homólogos de los respectivos secundarios entre sí, y a cada extremo de la impedancia de carga. Bornes homólogos son aquellos que no acusan entre sí diferencia de potencial, pues si cruzamos los puentes, la conexión sería en oposición, y no habrá tensión disponible para el circuito exterior. Para hacer la conexión en paralelo se verifica que entre los bornes que se van a unir no haya tensión importante. Los pequeños valores que acuse un voltímetro pueden deberse a diferencias entre las ff.ee.mm. de los dos transformadores y no deben tenerse en cuenta, pues en seguida se verá la influencia que tienen sobre el funcionamiento.

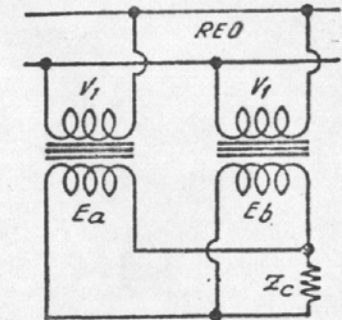


FIG. 63. — Esquema básico de conexión en paralelo de dos transformadores.

La impedancia de carga la llamamos  $Z_c$ , y puede tener carácter óhmico, inductivo o capacitivo, no interesando por ahora ese detalle. Los dos primarios están conectados a la misma red, y si los secundarios están desconectados, debe cuidarse que al cerrar el circuito se cumpla la nulidad de tensión entre bornes homólogos.

Para considerar el problema en su forma más general, supondremos que las ff.ee.mm. inducidas en ambos transformadores son distintas, y que también son diferentes sus respectivas impedancias reducidas al secundario. Llamaremos  $E_a$  y  $E_b$  a las dos ff.ee.mm., o sea las tensiones que se pueden medir en los dos secundarios cuando están sin poner en paralelo, y en vacío. La impedancia del transformador  $T_a$  es  $Z_a$  y la del  $T_b$  es  $Z_b$ . Las ff.ee.mm. correspondientes son las de igual subíndice, es decir, todos los valores con subíndice a, se refieren al primer transformador, y los que tienen subíndice b, al segundo.

La figura 64 da el esquema que corresponde a la realidad, cuando ya se ha conectado la carga  $Z_c$ . Supondremos, que la f.e.m.  $E_a$  es mayor que la  $E_b$ , es decir:

$$E_a > E_b$$

Los dos primarios que aparecen sin conectar en la figura, se suponen

conectados a la red de tensión  $V_1$ . La carga está conectada a los puntos comunes A y B, entre los cuales se puede medir la tensión común bajo carga  $V$ . Entre A y B circula la corriente total de carga  $I_c$ , suministrada por ambos transformadores, en la forma que se verá. Es lógico que ambos contribuirán en forma distinta a formar esa corriente total de carga.

La tensión  $V$  es la misma para ambos transformadores, y será igual a la f.e.m. disminuida de las caídas internas en cada transformador, de modo que se pueden escribir dos ecuaciones vectoriales:

$$\begin{aligned}\bar{V} &= \bar{E}_a - \bar{I}_a Z_a \\ \bar{V} &= \bar{E}_b - \bar{I}_b Z_b\end{aligned}$$

Donde hemos puesto a las corrientes que circulan por cada transformador el subíndice correspondiente, es decir, que  $I_a$  es la corriente que circula por el transformador  $T_a$  e  $I_b$  es la corriente que circula por el transformador  $T_b$ .

Si suponemos por un momento que las dos impedancias internas son iguales, deducimos, de las expresiones anteriores que, ya que  $V$  es la misma en ambas y las f.e.e.mm. son distintas, también deben serlo las corrientes, para que se cumpla la igualdad vectorial:

$$\bar{E}_a - \bar{I}_a Z_a = \bar{E}_b - \bar{I}_b Z_b \quad [1]$$

Por lo que trataremos de encontrar el valor de esas dos corrientes, en función de cantidades conocidas en el circuito. Por de pronto, es evidente que esas dos corrientes, sumadas, dan la total de carga, pues es la única derivación por donde circulan juntas, de modo que se tiene:

$$\bar{I}_a + \bar{I}_b = \bar{I}_c$$

Y despejando de esta igualdad el valor de  $I_b$ , para llevarlo a la ecuación [1] primero, y haciendo lo mismo después con  $I_a$ , llegaremos a dos ecuaciones que nos dan los valores de ambas corrientes. Para  $I_a$  procedemos así: colocamos en lugar de  $I_b$  en la ecuación [1], la diferencia entre  $I_c$  e  $I_a$ , y se tiene:

$$\bar{E}_a - \bar{I}_a Z_a = \bar{E}_b - Z_b \bar{I}_c + Z_b \bar{I}_a$$

Y si ordenamos esta ecuación y despejamos el valor de  $I_a$  resulta, finalmente:

$$\bar{I}_a = \frac{\bar{I}_c Z_b}{Z_a + Z_b} + \frac{\bar{E}_a - \bar{E}_b}{Z_a + Z_b} \quad [2]$$

Y si hacemos lo mismo para  $I_b$ , para lo cual se coloca en la ecuación [1]

en lugar de  $I_a$ , la diferencia entre la corriente total  $I_c$  e  $I_b$ , llegamos a la expresión:

$$\bar{I}_b = \frac{\bar{I}_c Z_a}{Z_a + Z_b} - \frac{\bar{E}_a - \bar{E}_b}{Z_a + Z_b} \quad [3]$$

Las dos expresiones [2] y [3] son vectoriales, y tienen en sus segundos miembros dos términos con iguales denominadores, por lo que podría reunírseles en un solo quebrado; pero se han dejado separados intencionadamente, para analizar cada término por separado. Vemos que los segundos términos aparecen con signos distintos en las dos ecuaciones, es decir, que en un transformador la corriente total circulante está dada por la suma de dos corrientes y en el otro por la resta de dos corrientes. Afirmando que cada término representa una corriente porque está dado por un cociente entre una tensión y una impedancia, luego tiene carácter de corriente eléctrica. Además, vemos que los primeros términos son distintos en ambas ecuaciones, mientras que los segundos son iguales.

Para comprender el significado de las dos ecuaciones, simplifiquemos un poco el esquema, quitando la impedancia de carga, según se ve en la figura 65. Como las dos f.e.e.mm. son distintas, circulará una corriente por el circuito cerrado, de modo que el transformador  $a$  aparece alimentando al  $b$ . La corriente de circulación la llamamos  $I_o$  y puede ser calculada, pues estará dada por la diferencia entre las dos f.e.e.mm., dividida por la impedancia total del circuito, es decir, por la impedancia que encuentra  $I_o$  en su camino, que es la suma de las impedancias internas de los dos transformadores. Luego, la corriente de circulación vale:

$$\bar{I}_o = \frac{\bar{E}_a - \bar{E}_b}{Z_a + Z_b}$$

Ya que hemos supuesto mayor la f.e.e.mm. del transformador  $T_a$ . Vemos que esta fórmula no es otra cosa que el segundo término de las ecuaciones [2] y [3]. Y si la corriente en cada transformador está formada por la suma de una corriente proporcional a la de carga y por la de circulación con el signo que corresponde al sentido en que circula esta última, podemos escribir las ecuaciones [2] y [3] en esta otra forma:

$$\begin{aligned}\bar{I}_a &= \bar{I}_a' + \bar{I}_o \\ \bar{I}_b &= \bar{I}_b' + \bar{I}_o\end{aligned}$$

Donde las corrientes de cada transformador están dadas por dos componentes: una que es la corriente con que el transformador contribuye a la

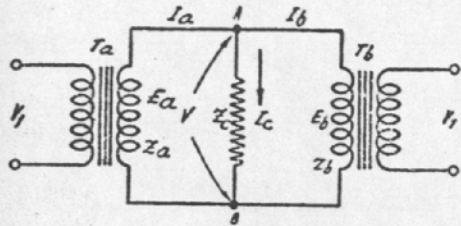


FIG. 64. — Paralelo de dos transformadores, indicando las corrientes, impedancias y tensiones que deben tenerse en cuenta.

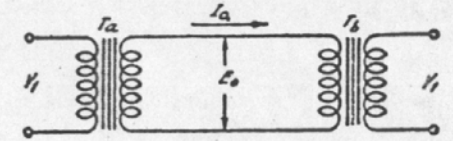


FIG. 65. — Corriente de circulación entre los secundarios de los transformadores en paralelo.

carga, y otra que es la corriente de circulación, que se suma para el de mayor f.e.m. y se resta para el otro.

De esto deducimos, observando las últimas expresiones, que las corrientes con que cada transformador contribuye a la carga se reparten en razón inversa de las respectivas impedancias internas, según se desprende observando las ecuaciones [2] y [3]. Es decir, que si el transformador tiene mayor impedancia interna, suministra menos corriente y viceversa. Esto es lógico, pues mayor impedancia corresponderá a bobinados de alambre más delgado, etcétera.

Para demostrar que la suma de las dos corrientes de contribución a la carga dan la corriente total, no hacemos más que sumar las dos últimas fórmulas, y se tiene:

$$I_a + I_b = I_a' + I_b'$$

ya que  $I_0$  aparece una vez positiva y otra negativa. Pero la suma indicada en el primer miembro ya sabíamos que valía  $I_c$ , pues lo estipulamos al principio, luego la suma indicada en el segundo miembro también vale la corriente total de carga.

DIAGRAMA VECTORIAL DEL PARALELO

Para aclarar ideas, resultará muy conveniente trazar el diagrama vectorial del paralelo de los transformadores. Comenzaremos por el diagrama en vacío que corresponde al esquema de la figura 65, y que se muestra en la figura 66. La corriente de vacío tiene el valor ya calculado, y circula en sentido contrario en los dos transformadores, por lo que la dibujamos como si se tratara de dos vectores opuestos. Al conectar en paralelo los dos transformadores, se tendrá en los bornes comunes una tensión común  $E_0$ , de valor comprendido entre la mayor y la menor, pues la corriente de circulación produce caídas internas en el transformador  $T_a$  y alimenta al  $T_b$ , reforzando su f.e.m.

Restando a  $E_a$  las caídas en la resistencia y reactancia de dispersión reducidas, se tiene  $E_0$ , y sumando a  $E_b$  las respectivas caídas, con sentido contrario por tratarse de una corriente que refuerza la f.e.m. en lugar de mermarla, se tiene también  $E_0$ , ya que entre los bornes comunes no puede haber más que una tensión única, común a ambos transformadores.

FIG. 66. — Diagrama vectorial de dos transformadores en paralelo sin carga.

Resulta evidente el efecto de la corriente de circulación: en el transformador de mayor f.e.m. ocasiona caídas de tensión y en el de menor f.e.m. la refuerza, a fin de que se produzca la igualación

de ambas ff.ee.mm. Por eso puede decirse que un transformador alimenta al otro.

Veamos ahora el diagrama bajo carga, que corresponde a la figura 64, y que se puede ver en la figura 67. Omitimos la explicación referente a la f.e.m. común  $E_0$ , y pasamos a considerar las corrientes. La corriente del transformador  $T_a$  está formada por la suma vectorial de la parte con que él contribuye a la carga y la corriente de circulación  $I_0$ . La del transformador  $T_b$  está formada por la diferencia entre la parte con que éste contribuye y la de circulación. La suma de las corrientes  $I_a$  e  $I_b$  da la corriente total de carga

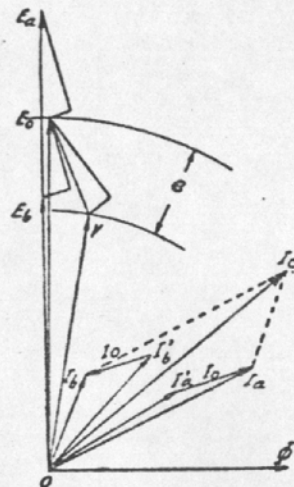


FIG. 67. — Diagrama vectorial del paralelo con carga.

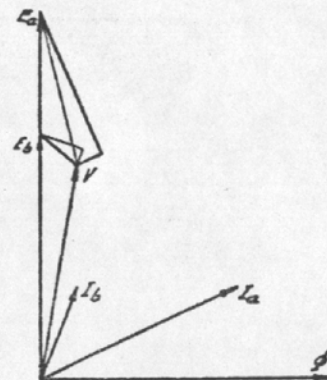


FIG. 68. — Diagrama simplificado del paralelo con carga.

$I_c$ , pero esta última también está dada por la suma de las corrientes propias de cada transformador  $I_a'$  e  $I_b'$ , como se puede comprobar en la figura.

Veamos ahora cuál será la tensión común bajo carga de los dos transformadores. Tenemos la f.e.m. común  $E_0$ , y a ella habrá que descontarle las caídas que produce la corriente de circulación en cada transformador, o bien las caídas que produce en el conjunto la corriente de circulación de la carga,  $I_c$ . Si lo hacemos primero en la segunda forma, el resultado se ve en la misma figura 67. La resistencia y reactancia equivalentes a considerar están formadas por el paralelo de los valores de cada transformador, y descontando a  $E_0$  los dos segmentos dados por el producto de  $I_c$  por esa resistencia equivalente paralelo (tomada en fase con  $I_c$ ) y por la reactancia equivalente paralelo (tomada en cuadratura con  $I_c$ ), se obtiene la tensión común bajo carga,  $V$ .

La diferencia entre la f.e.m.  $E_0$  y la tensión bajo carga  $V$ , es la caída total de tensión que indicamos con  $e$  en la figura.

Pasemos ahora a obtener la tensión  $V$ , por el otro camino. La figura 68 nos muestra las dos ff.ee.mm. en vacío de ambos transformadores y sus respectivas corrientes totales de carga, tomadas de la figura 67. Cada corriente produce en su respectivo transformador caídas en fase (resistencia óhmica)

y en cuadratura (reactancia de dispersión) con ella. Como las corrientes son distintas, las caídas también lo serán.

Si descontamos a la f.e.m.  $E_n$  las dos caídas de tensión en sus resistencia y reactancia reducidas, obtenemos la tensión bajo carga  $V$ . Pero también llegamos a  $V$  descontando las caídas que produce la corriente  $I_0$  en fase y en cuadratura con ella, descontadas a la f.e.m.  $E_0$ .

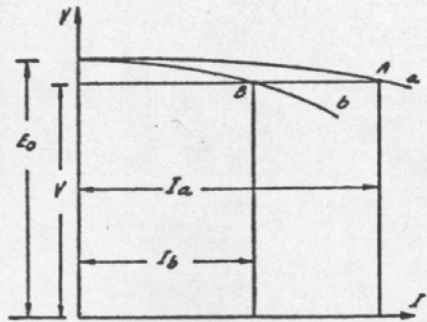


Fig. 69. — Características simultáneas de carga de los dos transformadores.

tensión común en vacío es la misma, pero la caída es más acentuada en uno que en el otro. A la tensión común bajo carga  $V$ , corresponde la corriente  $I_a$  en el transformador  $a$ , según el punto de trabajo  $A$ . Y al transformador  $b$  le corresponde el punto  $B$  con la corriente de carga  $I_b$ .

#### CASOS PARTICULARES DEL PARALELO

Supongamos que tenemos dos transformadores que tienen iguales impedancias internas, pero distinta f.e.m. Volviendo a las expresiones [2] y [3], que nos dan las corrientes que circulan por cada uno, podemos simplificar, si se tiene:

$$Z_a = Z_b = Z$$

Con lo que esas dos ecuaciones quedan reducidas a estas otras dos, más simples:

$$\bar{I}_a = \frac{\bar{I}_c}{2} + \frac{\bar{E}_a - \bar{E}_b}{2Z}$$

$$\bar{I}_b = \frac{\bar{I}_c}{2} - \frac{\bar{E}_a - \bar{E}_b}{2Z}$$

Es decir, que cada transformador contribuye en forma igual a la carga, con la mitad de la corriente total que circula por la impedancia de carga,  $I_c$ . Pero la corriente de circulación subsiste, y está dada también por la diferencia de las f.e.e.mm. dividida por la suma de impedancias internas, que en este caso vale  $2Z$ . Para un transformador se suma y para el otro se resta.

Este resultado era evidente, pues las corrientes de contribución de cada

Resulta entonces, que la tensión común bajo carga será igual a la f.e.m. de cada transformador, descontándole las caídas internas en ese transformador, o igual a la tensión común de vacío descontando las caídas que produce la corriente total de carga en el paralelo formado por las impedancias internas.

Si se dispone de las características de carga de ambos transformadores, resulta sencillo encontrar las dos corrientes de carga de cada uno, según se indica en la figura 69. La

transformador están en relación inversa de sus impedancias internas, y como éstas las suponemos iguales, ese reparto se hace por mitades.

Supongamos ahora que las f.e.e.mm. de los dos transformadores son iguales, pero las impedancias internas son distintas, con lo que se puede estipular:

$$E_a = E_b = E$$

Y nos resultarán valores de las corrientes de cada transformador, dados por las mismas ecuaciones [2] y [3], vistas anteriormente, pero en las cuales se anula la corriente de circulación, por ser nula la diferencia de las f.e.e.mm.; se tiene:

$$I_a = \frac{I_c Z_b}{Z_a + Z_b}$$

$$I_b = \frac{I_c Z_a}{Z_a + Z_b}$$

Es decir, que las corrientes resultan inversamente proporcionales a las respectivas impedancias internas. En la práctica se presentarán dos casos a considerar: cuando los transformadores a conectar en paralelo son de igual potencia o cuando son distintos. Las expresiones anteriores son algebraicas por estar afectados los vectores por factores numéricos solamente.

Para conectar en paralelo transformadores de igual potencia, se requiere, de acuerdo con lo que antecede, que sus impedancias internas sean iguales. Esto no quiere decir que deban ser exactamente idénticas sus resistencias y reactancias de los primarios y los secundarios, pues si se observa la figura 68, se ve que si cada triángulo de caídas debe dar la misma hipotenusa, poco interesa si sus catetos debidos al primario, al secundario, o a la resistencia y reactancia, difieren. Lo esencial es que las hipotenusas de ambos triángulos de caídas sean iguales. Si no lo fueran, se puede recurrir a correcciones artificiales, una de las cuales se ilustra en la figura 70, y que consiste en agregar en serie con el primario del transformador de menor impedancia reducida, una bobina cuyo efecto es provocar una caída adicional. Otros autores recomiendan la conexión de una resistencia óhmica en serie con el transformador de menor impedancia. Pero todas estas soluciones compensan la impedancia para un dado valor de la carga.

Siguiendo con la figura 68, se ve que si se desea que los dos transformadores, además de trabajar con igual corriente de carga, tengan el mismo ángu-

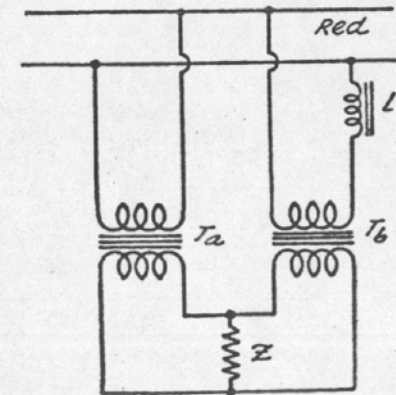


Fig. 70. — Corrección de la impedancia interna de uno de los transformadores para mejorar las condiciones del paralelo.

lo de fase, es decir, el mismo factor de potencia, requisito necesario para que las potencias efectivas sean iguales en ambos, se debe tener que los dos triángulos de caídas, además de tener iguales sus hipotenusas, deben tener iguales sus catetos. Esto se puede expresar en la siguiente forma:

$$\frac{R_a}{X_a} = \frac{R_b}{X_b}$$

Es decir, que los ángulos propios de las impedancias internas reducidas al secundario, de los dos transformadores, sean iguales. Como se ve, los requisitos son de dos clases: unos se refieren al reparto de la corriente de carga en los dos transformadores, y para que cada uno tome la mitad, se requiere que las impedancias reducidas al secundario de ambos transformadores sean iguales, sin interesar los catetos de los triángulos de caídas. La otra se refiere a los factores de potencia de ambos transformadores, es decir, a los ángulos que las dos corrientes formarán con la tensión común bajo carga. Si deben ser iguales, se debe cumplir entre las componentes de las impedancias internas la proporción que se indica más arriba. En ninguno de los dos casos interesa cómo se distribuye entre primario y secundario la resistencia y reactancia reducidas.

Para corregir esas diferencias, se ha dicho que podía conectarse en serie con el transformador de menor impedancia una bobina con núcleo de hierro. Pero no debe pensarse que se trata de un bobinado especialmente construido y de dimensiones exorbitantes. La diferencia que puede haber entre las impedancias de ambos transformadores no puede ser muy grande, por lo que se requerirá una reactancia de pequeño valor. Las fábricas de transformadores suelen suministrar un núcleo sin bobinado, alrededor del cual se arrolla el cable que va de la red al transformador. Esta pequeña reactancia suele ser suficiente para compensar las diferencias producidas, si éstas son en las reacciones de dispersión. Si se tratara de diferencias en las resistencias reducidas, se agrega una pequeña resistencia en serie.

Si los transformadores a conectar en paralelo fueran de distinta potencia, sus impedancias internas deben estar en razón inversa de las corrientes que pueden suministrar a la carga. Por ejemplo, si un transformador es de doble potencia que el otro, su impedancia interna debe ser la mitad. Esto en cuanto a las hipotenusas de los triángulos de caídas, porque los catetos deben mantener la relación que escribimos antes, a fin de que sean iguales los factores de potencia. Es decir, que aunque las corrientes que deban tomar de la red sean distintas, y en proporción con sus potencias, los defasajes entre esas corrientes y la tensión, deben mantenerse iguales o muy cerca de ello. La forma de corregir las diferencias encontradas es la misma que para los transformadores iguales.

Claro está que para saber si las impedancias reducidas al secundario son iguales o están en la proporción conveniente, de acuerdo a las potencias de los transformadores a conectar en paralelo, es necesario conocer sus valores. El método de Kapp (página 35) da la forma de encontrar no sólo las impedancias reducidas al secundario, sino las partes correspondientes a resistencia

óhmica y reactancia de dispersión, ambas reducidas al secundario. Se trata de un ensayo en cortocircuito, con tensión primaria reducida, que no da valores rigurosamente exactos, pero que para el fin propuesto puede servir perfectamente.

En la práctica es preferible aceptar ciertas normas consideradas como buenas, para el trabajo en paralelo de transformadores iguales o distintos. Esas normas especifican las diferencias entre las ff. ee. mm., y entre las impedancias internas. La diferencia entre las ff. ee. mm. debe ser tal, como máximo, que la corriente de circulación que ella provoque no exceda del 5 % de la de plena carga. Como se ve, es raro que se presenten diferencias mayores.

En lo que respecta a las diferencias entre las impedancias internas, hay discrepancias sobre las especificaciones. Algunas normas dicen que las impedancias internas deben tener una máxima diferencia de 10 %, mientras que otras especifican que esa diferencia máxima de 10 % se refiere a las tensiones en cortocircuito. En general, se tolera, de acuerdo con ellas, que el reparto de las corrientes de carga se haga en la proporción conveniente con sus potencias, pero aceptando diferencias que no superen al 10 % de la corriente de plena carga. Y con esto nos referimos a los transformadores iguales y distintos, aunque casi todas las normas aconsejan no conectar en paralelo transformadores de muy distinta potencia, pues es muy difícil mantener la eficiencia y evitar el reparto inconveniente de las cargas y la corriente de circulación. En la práctica, la mayoría de las veces entran en paralelo transformadores de potencias del mismo orden, de modo que tales contingencias no se presentan. Pero si fuera necesario, deben extremarse las precauciones sobre las condiciones estipuladas para trabajar en paralelo, que en este caso serían imprescindibles.

#### PARALELO DE TRANSFORMADORES TRIFÁSICOS

Cuando se trata de conectar en paralelo dos transformadores trifásicos, hay que considerar otros problemas, además de todo lo dicho para monofásicos. Es decir que, además de respetarse las reglas ya vistas, se considerarán las formas de conexión entre fases, siguiendo las normas que se darán a continuación.

Para ellos distinguiremos tres tipos clásicos de conexión trifásica, que se llaman: estrella, triángulo y zig-zag. La figura 71 muestra los esquemas básicos de esos tres tipos. La conexión estrella es aquella que tiene un punto común o neutro al que se unen los extremos homólogos de las tres fases, uniéndose a los tres cables de la línea los otros extremos. La conexión triángulo tiene unidos entre sí pares de bornes cruzados, según indica la figura; y, finalmente, la conexión zig-zag tiene sus bobinados de fase divididos en mitades,

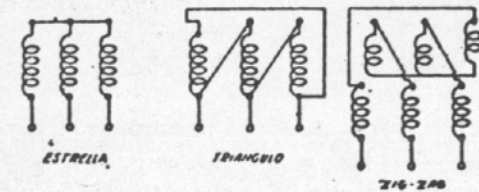


FIG. 71. — Conexiones básicas de transformadores trifásicos.

para poder conectar la mitad en una fase y la mitad en otra. El objeto de este tipo de conexión es para las redes muy desequilibradas, de modo que las fases sobrecargadas tengan sus corrientes circulando por distintos bobinados del transformador. Se consigue así compensar en parte el desequilibrio, por lo menos en cuanto al transformador se refiere.

Para estudiar la conexión en paralelo, postularemos el principio fundamental que debe regir. Por lo visto para transformadores monofásicos, sabemos que se deben unir entre sí los secundarios cuando tienen igual tensión en magnitud y sentido. En un sistema trifásico, deberá tenerse que los diagramas vectoriales resultantes de las tres fases formen figuras iguales y de lados paralelos. Esto es complementario de las reglas clásicas sobre igualdad

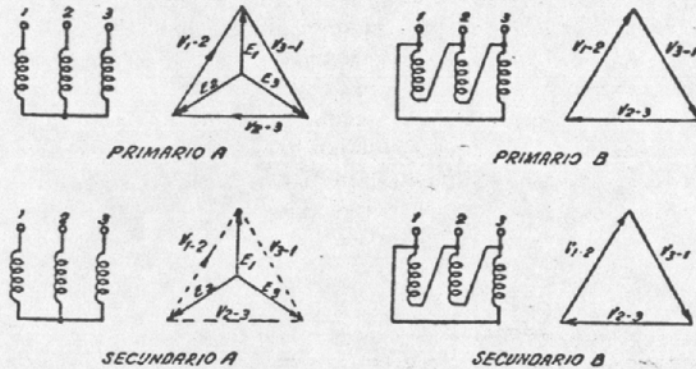


Fig. 72. — Diagrama vectorial de la conexión en paralelo de dos transformadores trifásicos.

exacta de ff. ee. mm. y limitación de las diferencias entre las impedancias internas, pues esas condiciones valían para cada bobinado en particular. Lo que estamos tratando ahora se refiere a la posibilidad de combinar grupos de fases, sin agregar ni quitar nada a lo estipulado anteriormente para cada fase en particular. Quiere decir que el reparto de cargas se hará en la forma conocida, inversamente proporcional a las impedancias internas.

Pongamos un ejemplo para aclarar ideas. Supongamos que se deben acoplar en paralelo dos transformadores trifásicos cuyas tres fases tienen la misma relación de transformación, y que se conectan en la misma forma, tanto en los primarios como en los secundarios. Es decir, todos en estrella, o todos en triángulo. Es evidente que no habrá ningún inconveniente y que podrán trabajar en paralelo, siempre que se busquen las fases homólogas, entre las cuales no haya diferencia de potencial. Los bornes secundarios que no acusen diferencia de potencial pueden unirse en paralelo. Con ello queda hecho el paralelo.

Pero también se pueden conectar en paralelo transformadores con distintas conexiones en sus fases. Por ejemplo, veamos la figura 72 que muestra los esquemas y diagramas vectoriales de dos transformadores trifásicos. El A tiene su primario y su secundario en estrella, y el B tiene ambos bobinados en triángulo. Al lado de cada esquema está el diagrama vectorial correspon-

diente. Las tensiones de cada fase son paralelas en los diagramas primario y secundario de cada transformador, y sus magnitudes están en la relación  $k$ , de transformación, por fase. Pero las tensiones de línea del transformador A, tanto para el primario como para el secundario, se forman componiendo dos tensiones de fase. Si lo hacemos en la forma que se ha estudiado en Electricidad, tendremos que la tensión entre los puntos 1 y 2 del primario del A vale  $V_{1-2}$  que resulta igual y paralela a la misma tensión de línea del transformador B. Para ello basta que las bobinas de fase de ambos transformadores tengan las ff. ee. mm. inducidas en la relación 1: 1,73, es decir, que el número de espiras por fase del transformador B debe ser 73 % mayor que en el A.

Lo que hemos hecho para el primario, lo hacemos para el secundario, y vemos que si bien el transformador A tiene sus bobinados unidos en

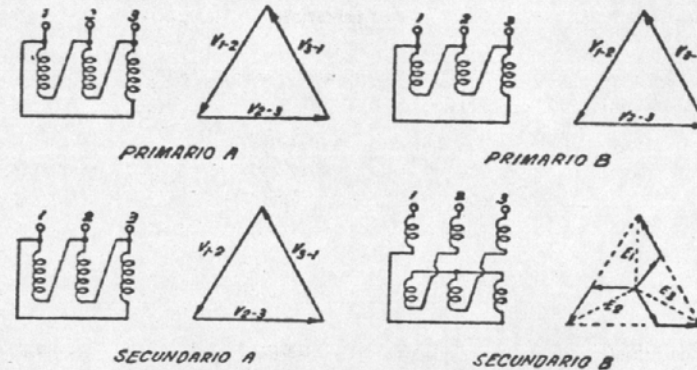


Fig. 73. — Diagrama vectorial de dos transformadores trifásicos distintos en paralelo.

estrella, sobre la red puede suponerse que se carga un triángulo, de iguales tensiones de línea que para el transformador B. Lo mismo que antes, decimos que esos triángulos serán idénticos y de lados paralelos si las bobinas de fase de los dos transformadores tienen las ff. ee. mm. en la relación 1: 1,73, igual que los primarios. Es decir, que pueden trabajar en paralelo, siempre que tengan la misma relación de transformación por fase. Como se ve, no se requiere idéntico tipo de conexión, sino iguales diagramas vectoriales resultantes, primarios y secundarios.

Veamos otro caso típico, representado en la figura 73, con dos transformadores, uno con los dos bobinados en triángulo y el otro con primario en triángulo y secundario en zig-zag. Los diagramas del transformador A no requieren explicación adicional sobre lo que hemos dicho, pues sabemos que tendrán sus vectores paralelos y en la relación  $k$ , correspondiente.

El primario del transformador B tiene un diagrama vectorial idéntico al del A, con vectores iguales y paralelos. Veamos el secundario; cada tensión de fase de este bobinado se encuentra sumando vectorialmente las dos mitades que corresponden. Así, la tensión de fase N° 1, se encuentra sumando medio vector en la dirección de  $V_{1-2}$  con medio vector en la dirección de  $V_{1-3}$ , pues las bobinas que están en serie corresponden a esas fases 1 y 3. La tensión



de la fase N° 2 se encuentra sumando medio vector en la dirección de  $V_{2-3}$  con medio en la dirección de  $V_{1-2}$  y la tensión de la fase 3 se encuentra sumando dos medios vectores, uno en la dirección de  $V_{3-1}$  y otro en la de  $V_{2-3}$ , como se puede ver en la figura.

Veamos ahora las tensiones de línea de este secundario. Para ello comparemos dos a dos las tensiones de fase, como lo hicimos para los primarios de los de la figura 72, y obtenemos un triángulo de lados paralelos al del secundario de A. Es decir, que siempre que tenga la relación de transformación adecuada, este transformador B puede trabajar en paralelo con el A, sin inconvenientes.

En la misma forma se estudiará cada caso de paralelo de transformadores trifásicos. Los diagramas vectoriales resultantes deben ser de lados paralelos, pues en caso contrario hay corriente de circulación. A fin de no insistir en detalles similares para cada caso, presentamos la planilla de conexiones posibles, de las normas R.M.E., en la figura 74.

Estas normas dividen a los transformadores en cuatro grupos, A, B, C y D. Cada grupo tiene, a su vez, una subdivisión en tres clases, dentro del mismo grupo. Se indican los esquemas de conexiones, los diagramas vectoriales, y los bornes de conexión de los bobinados (son los puntos gruesos de los esquemas). Se especifica que sólo podrán trabajar en paralelo transformadores del mismo grupo, es decir, cualquiera del grupo A con otro del A, pero no con alguno de los grupos B al D.

Con esto se deja bien sentado cuáles son las posibilidades de trabajar en paralelo, sin dejar de lado las especificaciones para cada fase en particular, que son las mismas que se vieron para transformadores monofásicos.

Para terminar, daremos algunas características de los tipos de conexión usuales en sistemas trifásicos. Éstos son el triángulo-triángulo, el estrella-estrella y el triángulo-estrella.

El sistema triángulo-triángulo tiene la ventaja que, en líneas desequilibradas, no afecta a las tensiones de línea, pues la compensación se produce en el mismo transformador. Pero este desequilibrio puede limitar la potencia máxima disponible. Además, se tiene que si una fase sale de servicio, las otras dos pueden seguir alimentando la red, siempre que se reduzca la potencia total dentro de límites llevados al 60 % aproximadamente. Esto es evidente si se contempla cualquier diagrama vectorial en triángulo, donde se verá que al faltar uno de los lados del mismo, los otros dos lo dan como resultante.

La conexión estrella-estrella tiene el inconveniente que cualquier desequilibrio afecta mucho a las tensiones de línea, por no haber compensación entre fases, ya que dentro del transformador no hay circuito cerrado entre ellas. En cambio, presenta una ventaja en lo que respecta a las armónicas, pues como no encuentran circuito cerrado, no pueden circular. Pero para ello debe omitirse la conexión del punto neutro, pues en tal caso se presenta un circuito para la tercera armónica que ocasiona inconvenientes. En la práctica, basta que se omita la conexión del neutro del lado de la línea primaria, y es lo que se hace.

La conexión triángulo-estrella es la más usada en los sistemas de distri-

bución de energía eléctrica. La conexión estrella del secundario permite disponer de dos juegos de tensiones distintas, para el servicio de alumbrado

GRUPO	DIAGRAMA VECTORIAL		CONEXIONES	
	PRIMARIO	SECUNDARIO	PRIMARIO	SECUNDARIO
A	$A_1$			
	$A_2$			
	$A_3$			
B	$B_1$			
	$B_2$			
	$B_3$			
C	$C_1$			
	$C_2$			
	$C_3$			
D	$D_1$			
	$D_2$			
	$D_3$			

FIG. 74. — Grupos de conexiones para la puesta en paralelo de transformadores trifásicos.

y fuerza motriz, mientras que al estar los primarios en triángulo, la relación de transformación resulta aumentada en proporción 1,73.

CAPÍTULO VI

TRANSFORMACIONES POLIFÁSICAS

En la práctica se presentan diversos casos en que es necesario modificar el número de fases de una instalación, por motivos diversos. Tenemos así los sistemas trifásicos incompletos, las transformaciones de trifásico a bifásico, de monofásico a trifásico, etcétera. Muchas de ellas son improvisaciones de emergencia, y sólo se concibe su funcionamiento accidental, porque introducen dificultades en el servicio. Sin embargo, conviene establecer las condiciones en que pueden efectuarse tales transformaciones.

De todos los casos posibles, veremos solamente los que revisten un interés práctico, pues sería interminable la descripción de las posibilidades de transformaciones polifásicas, además de que algunas sólo tienen interés teórico. Las conexiones que se emplean frecuentemente son: el triángulo abierto, el sistema Scott, el Dery, y la transformación trifásica a exafásica, empleada para rectificadores. Veremos cada uno de estos casos en detalle, a fin de estudiar su comportamiento.

TRIÁNGULO ABIERTO O CONEXIÓN EN V

En las redes trifásicas, es frecuente emplear tres transformadores monofásicos en lugar de uno trifásico, según se ha visto anteriormente. Esto permite la facilidad de retirar del servicio uno de los transformadores, sin interrumpir el funcionamiento de la red. Para tal fin, los transformadores deben estar conectados en triángulo, y cuando falta una de las ramas se llama triángulo abierto o conexión en V.

Los dos transformadores quedan conectados según el esquema de la figura 75, es decir, entre dos fases de la red, no habiendo transformador intercalado entre las fases 1 y 3 por haberse retirado para reparaciones. Dentro de ciertas restricciones, que veremos detalladamente, puede continuarse prestando el servicio, pues se forma un sistema pseudo-trifásico, con tres ramas. Dos de ellas toman la carga de la que falta, por lo que habrá que restringir la potencia a cargar en el circuito de utilización.

Como sólo nos interesa el circuito de carga, estudiaremos el sistema se-

cundario de los dos transformadores, conectado en la forma que indica la figura 76, donde se ha indicado con  $E_1$ ,  $E_2$  y  $E_3$  a las tres tensiones. Que se tienen tres tensiones iguales es evidente, pues entre los bornes A y B se encuentra la suma vectorial de las dos tensiones 1 y 3, y tomando el diagrama vectorial de cualquier sistema trifásico, sumando dos vectores (no hay que restarlos, sino sumarlos) se encuentra como resultante un vector igual al tercero, pero con sentido contrario. Para comprobarlo, no hay más que tomar cualquiera de las figuras 49 a la 52, y sumar dos de las tensiones que están a  $120^\circ$ ; se encontrará que la suma da un vector igual en magnitud a la tercera tensión, y en dirección opuesta.

Luego, entre los puntos A y B hay la misma tensión que entre los A y C o entre B y C, y el sistema queda completo. Nótese que si se toma cualquier

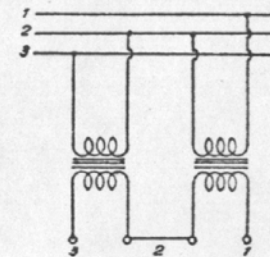


FIG. 75. — Esquema básico de la conexión en triángulo abierto o en V.

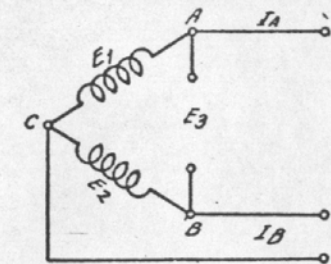


FIG. 76. — Tensiones y corrientes en la conexión triángulo abierto de la figura 75.

diagrama vectorial en triángulo, como sería más exacto de tener en cuenta, da el mismo resultado, pero es más claro y evidente si se dibuja el diagrama en estrella. No hay que caer en la confusión de creer que si la red está en estrella también se puede continuar con el servicio trifásico, pues no es así, como se comprende si se observa un esquema en estrella: una fase abierta deja un conductor de la red sin conexión, luego se tiene una red bifásica, con tensiones a  $120^\circ$ .

Volviendo a nuestra figura 76, vemos que la rama C forma el tercer terminal para completar la red, y que la corriente que proveía el transformador que falta entre A y B debe ser suministrada por las otras dos ramas, con lo que quedarán recargadas. Las dos corrientes resultantes se designan  $I_A$  e  $I_B$ , y veremos cuál es su valor.

Hagamos el diagrama vectorial del conjunto que podemos suponer formado por tres tensiones defasadas de  $120^\circ$  entre sí, como muestra la figura 77. Se han indicado las tres corrientes de fase, como si pudieran existir, pero la N° 3 está con línea de puntos, pues debe repartirse entre las otras dos ramas. Para ello, componemos gráficamente las corrientes 1 y 2 con la 3, a la que le damos sentido contrario, ya que debe ser equilibrada por las otras dos.

La suma de  $I_1$  con la contraria de  $I_3$  y la de  $I_2$  con esta misma contraria,

nos da las corrientes resultantes de las líneas A y B, y vemos que su valor puede ser deducido fácilmente. El ángulo que forma  $I_1$  con  $I_3$  es de  $120^\circ$ , como corresponde a un sistema trifásico perfecto, luego el que forma la

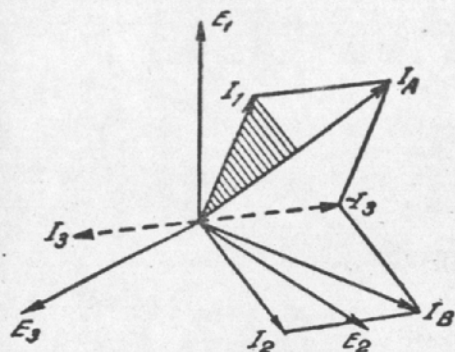


Fig. 77. — Diagrama vectorial de la conexión en triángulo abierto.

en la figura 77. El cateto que queremos calcular es la mitad de  $I_A$ , por lo que multiplicamos por 2:

$$I_A = 2 I_1 \cos 30^\circ = 2 \times 0,866 I_1 = 1,73 I_1$$

Y lo mismo haríamos para  $I_B$  llegando a un valor idéntico. Luego, las corrientes en los dos transformadores han aumentado en un 73 %, lo que dice que, para mantener el servicio, sólo podremos conectar una potencia menor que la normal en proporción:

$$\frac{1}{1,73} = 0,58 = 58 \%$$

Esta deducción nos dice que siempre que sólo se cargue un 58 % de la potencia máxima que podía conectarse con los tres transformadores, se puede seguir prestando servicio con sólo dos de ellos. Hay que hacer notar que la conexión en V no siempre se presenta en forma accidental, pues muchas veces es una forma de prever un aumento futuro de la potencia instalada. En una fábrica, por ejemplo, donde se comienza el servicio con una potencia reducida, se instalan sólo dos transformadores para la red trifásica de distribución interna. Cuando se aumenta la potencia de utilización, se agrega el tercer transformador, con lo que se puede atender una potencia 73 % mayor, según se ha visto. De este modo se aprovechan los dos transformadores iguales durante un tiempo, y cuando el servicio lo requiere se conecta otro, igual a los anteriores, que permite atender una potencia instalada mucho mayor. Claro está que habiendo sólo dos transformadores resulta problemático atender el servicio cuando uno de ellos falla.

### TRIFÁSICO A BIFÁSICO — CONEXIÓN SCOTT

Este sistema se emplea cuando se quiere convertir una red trifásica en otra bifásica. Para tal fin se utilizan dos transformadores solamente, que se conectan según lo indica la figura 78. Uno de los transformadores, el A F tiene dos derivaciones, una a 57,7 % desde el extremo A y la otra al 86,6 %, para los fines que se verán de inmediato. El otro transformador, el C B, tiene una derivación en su punto medio. Los tres hilos de la red trifásica se conectan a los puntos A, B y C, y si hay conductor neutro, éste se une

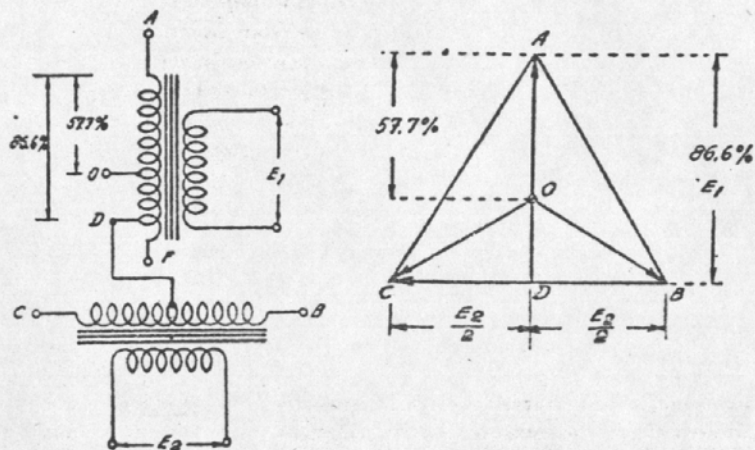


Fig. 78. — Conexión de Scott para convertir un sistema trifásico en uno bifásico.

al punto O. En los dos secundarios se obtienen las tensiones  $E_1$  y  $E_2$ , que forman la red bifásica.

Veamos el principio de funcionamiento. En el diagrama vectorial de la derecha, hemos dibujado los tres vectores del sistema trifásico, con su punto neutro O, y se ve en seguida que entre los puntos C y B habrá una tensión proporcional a la base del triángulo, de modo que este bobinado se calcula para que cada mitad suministre la mitad de la tensión que se desea en una rama de la red bifásica, en su secundario. Es decir que, si la tensión de la red trifásica debe ser igual a la de la bifásica, entre B y C se debe tener la misma tensión que en el secundario de este transformador.

El otro transformador es distinto en lo que respecta a la forma de conectarlo, pues sus bobinados son idénticos al primero. Supongamos que a todo el bobinado A F se aplicara la tensión de una rama de la red trifásica, entonces tendríamos en el secundario la tensión requerida, pero habríamos utilizado sólo dos fases de la red primaria. En cambio, si sólo usamos un 86,6 por ciento de este bobinado, y unimos el punto D con el centro del otro bobinado, resulta que debemos componer A D, que tiene un valor igual a 0,866 de A C, con la mitad de C B, para cada lado; es decir, que

la tensión aplicada entre A y C se descompone en dos vectores, el A D y el D C. Luego, al transformador A F le toca una fracción dada por el segmento A D del triángulo. Si se tomara todo el bobinado, la tensión secundaria sería menor que la del otro transformador, pero como se toma una parte del primario, la tensión secundaria se hace mayor en la proporción 1 : 0,866 y se tendrá en el secundario una tensión  $E_1$  que será igual a la  $E_2$ .

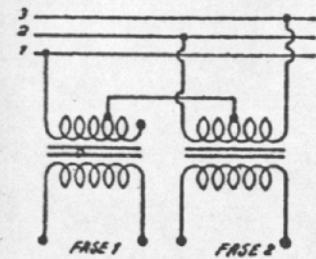


FIG. 79. — Conexión de los dos transformadores en el sistema Scott.

dos secundarios se tienen las dos fases del sistema bifásico requerido.

#### MONOFÁSICO A TRIFÁSICO - SISTEMA DERY

Para pasar de una red monofásica a una trifásica, hay un sistema muy simple, debido a Dery, pero tiene bajo rendimiento, de manera que sólo se lo utiliza cuando es imprescindible. No es reversible, de modo que sólo puede conseguirse con él conectar aparatos trifásicos de pequeña potencia a una dos secundarios se tienen las dos fases del sistema bifásico requerido.

La figura 80 muestra el esquema de conexiones, y en él se ve que se tienen tres bobinados primarios y tres secundarios, pero conectados en forma especial. Uno de los primarios tiene un capacitor en serie, de modo de conseguir que se produzca una caída de tensión en el mismo, defasada con respecto a la caída en el bobinado. Calculando convenientemente este capacitor, puede lograrse, para una carga determinada, que la tensión que queda en los bornes del bobinado se encuentre a  $60^\circ$  de la de la red.

Otro de los primarios tiene una bobina de alta reactancia, de manera que la caída de tensión producida en ella esté cerca de  $90^\circ$  defasada con respecto a una corriente óhmica. Como la carga del transformador, si bien no es óhmica, no está tan defasada con respecto a la tensión aplicada, puede calcularse esa bobina en forma tal, que, para una carga determinada, el defasaje entre la tensión que queda para el bobinado, y la de la red, sea de  $60^\circ$ .

El bobinado que aparece en la figura en el centro, es el tercer primario, y está conectado a la red, pero de manera que su flujo sea contrario al normal, es decir, defasado de  $180^\circ$  con respecto al que correspondería en conexión directa.

Analizando lo que se obtiene de esta manera, se ve, en el diagrama

vectorial de la derecha, que las tres corrientes en los respectivos primarios están defasadas entre sí de  $60^\circ$ , pero como uno de los bobinados está invertido, las ff.ee.mm. de los secundarios, cuyo diagrama aparece más abajo, formarán un sistema de vectores defasados de  $120^\circ$  entre sí, o sea un sistema trifásico regular.

Es evidente que no se puede pretender un equilibrio perfecto en el funcionamiento del transformador descrito, pues al variar la carga varían las caídas en los elementos conectados en serie con las ramas primera y tercera, mientras que en la central no hay tal variación. Luego, el dispositivo es

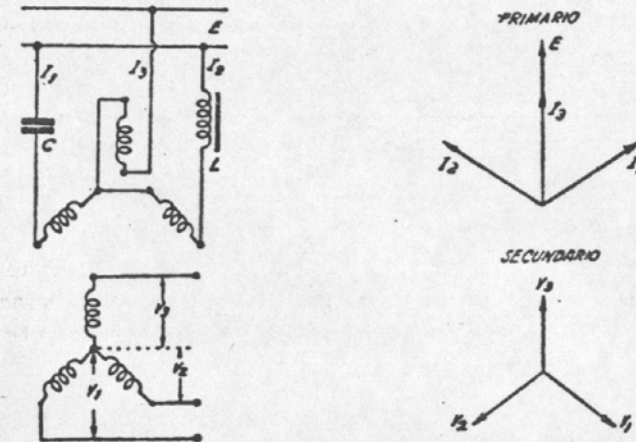


FIG. 80. — Sistema Dery para transformación de sistema monofásico a trifásico.

aplicable a conexiones de carga constante. El rendimiento es muy bajo pues el capacitor y la bobina implican pérdidas de energía que no se recuperan. Es cierto que la potencia absorbida por esos dos elementos no es grande, pero debe recordarse que el rendimiento de los transformadores está por encima del 90 %, y con tales aditamentos no podrá llegar a esa cifra.

#### TRIFÁSICO A EXAFÁSICO

En la conexión de elementos rectificadores se emplea frecuentemente el montaje de seis fases, para lo cual es necesario recurrir a una transformación del sistema trifásico normal, en uno de doble número de fases. Es frecuente, en la práctica, la necesidad de duplicar el número de fases, pues también en la conexión de rectificadores de onda completa para redes monofásicas debemos disponer de un conjunto bifásico. Por tal motivo describiremos brevemente el principio del doblado de fases.

Sea un transformador como el ilustrado en la figura 81. El primario se conecta a una tensión  $V$ , de una red monofásica, y el secundario tiene una derivación central, de modo que se tienen dos tensiones iguales  $E$ . Esas

dos tensiones están en fase, si se consideran medidas entre A y B, una de ellas, y entre B y C, la otra. Pero cuando se quiere disponer de dos tensiones defasadas entre sí de 180°, en lugar de considerar estos puntos en el orden indicado, se toman las dos tensiones entre A y B, y entre C y B.

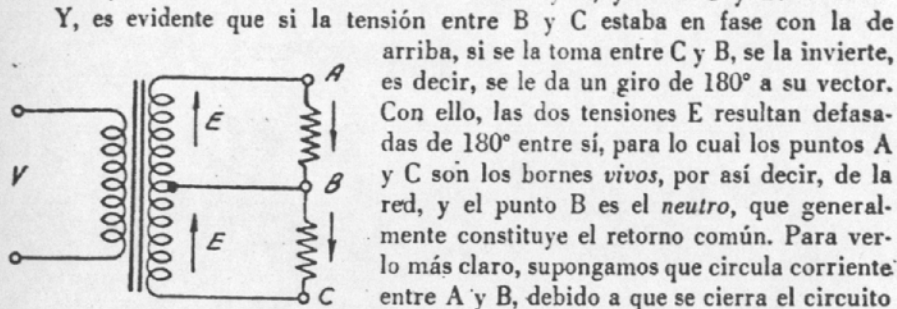


Fig. 81. — Transformaciones monofásica a bifásica.

Y, es evidente que si la tensión entre B y C estaba en fase con la de arriba, si se la toma entre C y B, se la invierte, es decir, se le da un giro de 180° a su vector. Con ello, las dos tensiones E resultan defasadas de 180° entre sí, para lo cual los puntos A y C son los bornes vivos, por así decir, de la red, y el punto B es el neutro, que generalmente constituye el retorno común. Para verlo más claro, supongamos que circula corriente entre A y B, debido a que se cierra el circuito con la resistencia exterior. Y lo mismo pasará en la rama inferior, entre C y B. Pero entre A y B, la corriente circula entre vivo y neutro, lo que podríamos llamar corriente directa; en cambio, entre C y B, la corriente circula de neutro a vivo, lo que llamaríamos corriente inversa. Luego, las dos corrientes circulantes, respecto del circuito exterior, son de sentido contrario, como corresponde a una red bifásica. Una aplicación inmediata de esto es la conexión de rectificadores de onda completa con válvula bi-placa.

Pasemos ahora a aplicar este principio en el doblado de una red trifásica, para convertirla en exafásica. La figura 82 muestra la forma de conectar los elementos necesarios.

Se emplean tres transformadores, cuyos primarios quedan conectados en triángulo a los bornes A, B y C de la red trifásica primaria. Los secundarios de estos transformadores tienen dos mitades iguales cada uno, y se conectan, según muestra el esquema, a los seis puntos o bornes de la red exafásica.

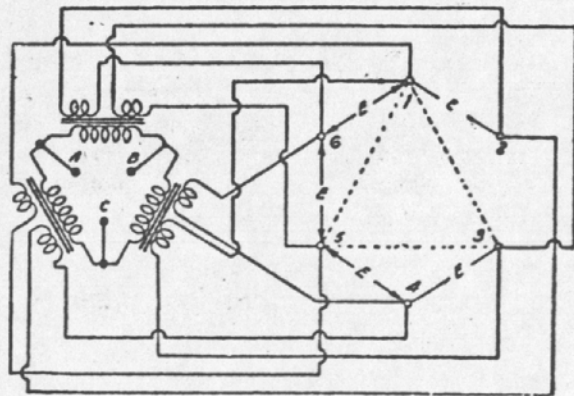


Fig. 82. — Sistema doble triángulo para transformación de trifásico a exafásico.

Este esquema se llama en doble triángulo, y veremos por qué. Los puntos 1, 3 y 5 de la red secundaria se han unido con una línea de puntos, y si se sigue el esquema se verá que cada línea de puntos abarca vértices unidos a extremos de medios secundarios. Lo mismo sucede si se trazan las otras tres líneas punteadas que faltan. Las dos series de líneas punteadas forman los dos triángulos que dan origen al nombre, y la combinación de

los dos triángulos cruzados forma el sistema de seis vectores, como resultante de las seis tensiones cuyos defasajes se encuentran si se considera que los tres primarios están aplicados a un sistema de tensiones defasadas de 120° entre sí. Combinando convenientemente este juego de seis secundarios, se llega al sistema dodecafásico, o sea de doce fases apartadas entre sí de 30° eléctricos. En la práctica tiene mayor aplicación el exafásico.

Otro esquema de conexiones para conversión de trifásico a exafásico puede verse en la figura 83. Es el llamado en doble estrella, y se diferencia del anterior en que no emplea derivaciones en los secundarios.

La línea punteada del diagrama vectorial muestra una de las dos estrellas secundarias, con el punto neutro ficticio O. La tensión entre 1 y 5, por ejemplo, se considera formada por dos vectores a 120°, pues ese es el defasaje entre las dos tensiones de los respectivos primarios. Y así con los demás puntos, hasta formar dos estrellas cruzadas, cuyo conjunto nos permite disponer de seis fases, con vectores defasados de 60° entre sí.

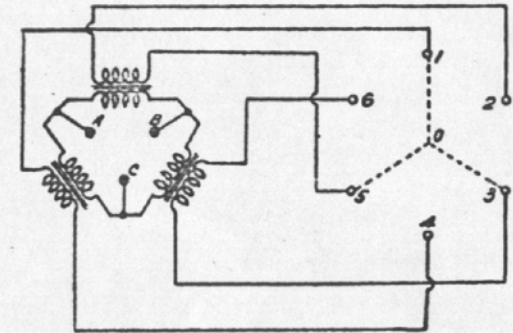


Fig. 83. — Sistema doble estrella para transformación de trifásico a exafásico.

Cualquiera de los dos esquemas de conversión de trifásico a exafásico se emplea en la práctica, y para encontrar la relación de transformación hay que buscar en los diagramas vectoriales las magnitudes entre extremos de un mismo secundario. Por ejemplo, en el diagrama de la figura 83, vemos que cada secundario queda conectado a una diagonal máxima del exágono, que sabemos es doble de la longitud de un lado. Luego, cada secundario debe suministrar el doble de la tensión requerida por fase en el sistema exafásico resultante. En otras palabras, si se desea que entre los puntos 1 y 2 haya una tensión E, por ejemplo, los secundarios deben dar una tensión igual al vector de longitud 2-5, que es doble del 1-2, es decir, que cada secundario debe suministrar una tensión 2E. Y con este valor se calcula la relación de transformación conveniente.